



**Nujoma Sancho**  
**Quaresma Agostinho**

**Comparação entre o MoM e o FDTD na Análise de Antenas**



**Nujoma Sancho**  
**Quaresma Agostinho**

**Comparação entre o MoM e o FDTD na Análise de Antenas**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Electrónica e Telecomunicações, realizada sob a orientação científica do Doutor José Fernando da Rocha Pereira, Professor Associado do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro

## **Agradecimentos**

Ao Prof. Doutor Rocha Pereira pelos esforços envidados e pela atenção dispensada no desenrolar dos trabalhos, bem como pela prontidão no esclarecimento de dúvidas.

Aos meus parentes e amigos mais próximos pelo incansável apoio e pela força dada nos momentos mais difíceis.

Aos meus colegas e funcionários da Universidade de Aveiro pelo carinho e compreensão demonstrados em fases mais complicadas.

## **O Júri**

Presidente

**Doutor Tomás António Mendes Oliveira e Silva**  
Professor Associado da Universidade de Aveiro

Vogais

**Doutor José Fernando da Rocha Pereira**  
Professor Associado da Universidade de Aveiro (Orientador)

**Doutor Artur Manuel Oliveira Andrade de Moura**  
Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

## Palavras-chave

Antenas, MoM, FDTD.

## Resumo

Este trabalho de dissertação teve como ponto central o estudo comparativo entre o Método MoM (Method of Moment) e o Método FDTD (Finite Difference Time Domain), analisando o desempenho de cada um deles com base em simulações de exemplos de antenas, específicas. Para cada exemplo comparou-se os resultados obtidos, pelos dois simuladores, relativos a alguns parâmetros importantes tais como a impedância de entrada, o VSWR e os diagramas de radiação. Para antenas do tipo filiforme, isto é, usando fios, para a simulação do Método dos Momentos (MoM) foi usado *software* NEC-Pro (NEC-Win Professional, versão 4.0)<sup>[1]</sup> e para a simulação do método FDTD o *software* não comercial, mas cedido gentilmente, denominado de FDTD Studio (versão 1.0)<sup>[2]</sup>. Os exemplos estudados foram um dipolo simples, agregados de um dipolo simples com elementos parasitas e uma antena YAGI. Foram comparados os desempenhos de ambos os *softwares* e analisados os resultados obtidos nesses dois ambientes distintos tendo-se constatado logo à partida um tempo de simulação mais longo por parte do FDTD Studio e um certo desacordo dos resultados obtidos pelos dois métodos. Numa segunda fase do trabalho, foi feita a comparação entre o desempenho entre dois métodos usando um outro tipo de antena, uma antena impressa (*patch antenna*). Para a simulação pelo método dos momentos, recorreu-se ao *software* ENSEMBLE (versão 5.0)<sup>[3]</sup>, visto que o NEC-Pro não permite a simulação deste tipo de estruturas. Para a simulação do método FDTD continuou-se a utilizar o FDTD Studio. Após a simulação de um exemplo de uma *patch*, fez-se a comparação do desempenho e análise de resultados, através de parâmetros obtidos e concluiu-se que o ENSEMBLE foi mais eficiente na obtenção de resultados.

<sup>[1]</sup> – Nittany Scientific, Inc.

<sup>[2]</sup> – [www.renato.picanco.net](http://www.renato.picanco.net)

<sup>[3]</sup> – Boulder Microwave Technologies, Inc.

## Keywords

Antennas, Moment Method, FDTD Method.

## Abstract

The main goal of the work described in this Master dissertation was the comparison between the Method of Moments (MoM) and the Finite-Difference-Time-Domain (FDTD) method, by the analysis of their performance in the simulation of some specific antennas.

For each example the more relevant results, such as the input impedance and the radiation patterns, given by both simulators has been compared. For wire antennas the simulation by the MoM has been done using the *software* NEC-Pro (NEC-Win Professional 4.0)<sup>[1]</sup>, and the simulation by the FDTD method has been done using the non commercial *software* FDTD Studio 1.0<sup>[2]</sup>, kindly made available to us by the author. The studied examples were a simple dipole, arrays made of a dipole and parasitic elements and a YAGI antenna. The more relevant results, given by both simulators have been compared and it was found out some disagreement of the results and a significantly greater simulation time for the FDTD program.

In a second part both simulators have been compared using a patch antenna. For this type of antennas the simulation by the MoM has been done using the *software* ENSEMBLE 5.0)<sup>[3]</sup>, and the simulation by the FDTD method has been done using again the *software* FDTD Studio 1.0. Once again the more relevant results, given by both simulators have been compared and it was found out that the ENSEMBLE was more efficient given also more reliable results.

# ÍNDICE

ÍNDICE.....	1
ABREVIATURAS.....	3
ÍNDICE DE FIGURAS.....	5
1 INTRODUÇÃO .....	7
1.1 Metodologia.....	10
2 O MÉTODO DOS MOMENTOS (MoM) .....	13
3 O MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO (FDTD) .....	33
4 COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS MoM E FDTD.....	61
4.1 Análise e Apresentação de Resultados Para Antenas Filiformes .....	62
4.1.1 Exemplo de um dipolo simples com um reflector .....	63
4.1.2 Exemplo de um dipolo simples com um director .....	68
4.1.3 Exemplo de uma antena YAGI com um reflector e um director .....	73
4.1.4 Exemplo de uma antena YAGI com um reflector e três directores .....	78
4.1.5 Exemplo de uma antena YAGI optimizada.....	83
4.1.6 Exemplo de uma antena YAGI com um dipolo dobrado implementada com fios e cilindros.....	88
4.2 Análise e Apresentação de Resultados Para Antenas Impressas .....	97
4.2.1 Comparação entre uma <i>patch</i> com um plano de massa composto por uma PEC Box e outra por PEC Sheet.....	98
4.2.2 Exemplo de uma <i>patch</i> implementada no ENSEMBLE e no FDTD - Studio .....	103
5 CONCLUSÕES .....	109
6 REFERÊNCIAS .....	113





## ABREVIATURAS

BALUN	-	BALanced UNbalanced
Ens	-	ENSEMBLE
Cp	-	Coordenada polar
FFT	-	Fast Fourier Transform
Freq	-	Frequência
Imag(Z)	-	Parte imaginária da impedância de entrada
Im(Z)	-	Parte imaginária da impedância de entrada
Imped	-	Impedância de entrada
NEC Pro	-	Numerical Electromagnetics Code Professional
PEC	-	Perfectly Electrically Conducting
Re(Z)	-	Parte real da impedância de entrada
VNA	-	Vector Network Analyzer
VSWR	-	Voltage Standing Wave Ratio
Z	-	Impedância de entrada
3D	-	coordenadas cartesianas a três dimensões



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 – Diagrama de categorias dos métodos computacionais. ....	14
Figura 2-2 – Fio fino perfeitamente condutor ao longo do eixo dos z. ....	15
Figura 2-3 – Modelo teórico para um fio fino. ....	17
Figura 2-4 – Distribuição real da corrente com aproximação em forma de escada. ....	20
Figura 2-5 – Modelo de fonte <i>delta gap</i> com o campo $E^i = V_A/\delta$ . ....	23
Figura 2-6 – Um monopolo alimentado por um cabo coaxial através de um plano de massa. ....	25
Figura 2-7 – Diagrama de radiação com demonstração dos lobos e da largura de radiação. ....	30
Figura 3-1 – Diagrama detalhado do cálculo do valor dos campos eléctrico e magnético. ....	35
Figura 3-2 – Amostra do domínio computacional. ....	36
Figura 3-3 – Posicionamento dos diferentes vectores do campo numa célula Yee a 3D. ....	36
Figura 3-4 – Condições fronteira de absorção. ....	47
Figura 3-5 – Distribuição campos electromagnéticos num plano pertencente a fronteira. ....	48
Figura 3-6 – Fluxograma do algoritmo de FDTD. ....	53
Figura 3-7 – Forma geométrica para aplicação da lei de Maxwell na sua forma integral. ....	55
Figura 3-8 – Modelo de fio fino. ....	56
Figura 3-9 – Diagrama de radiação na forma rectangular com os lobos e largura de radiação. ....	59
Figura 4-1 – Dipolo simples com um fio reflector (FDTD-Studio). ....	63
Figura 4-2 – Dipolo simples com um fio reflector (NEC-Pro). ....	64
Figura 4-3 – Comparação entre impedâncias no caso do dipolo com reflector. ....	65
Figura 4-4 – Comparação entre VSWR no caso do dipolo com reflector. ....	66
Figura 4-5 – Comparação entre diagramas de radiação no caso do dipolo com reflector. ....	67
Figura 4-6 – Dipolo simples com fio director (FDTD-Studio). ....	68
Figura 4-7 – Dipolo simples com um fio director (NEC-Pro). ....	69
Figura 4-8 – Comparação entre impedâncias no caso do dipolo com um director. ....	70
Figura 4-9 – Comparação entre VSWR no caso do dipolo com um director. ....	71
Figura 4-10 – Comparação entre diagramas de radiação no caso do dipolo com um director. ....	72
Figura 4-11 – Antena YAGI com um fio reflector e um director (FDTD-Studio). ....	73
Figura 4-12 – Antena YAGI com um reflector e um director (NEC-Pro). ....	74
Figura 4-13 – Comparação entre impedâncias no caso de uma antena YAGI com um reflector e um director. ....	75
Figura 4-14 – Comparação entre VSWR no caso de uma antena YAGI com um reflector e um director. ....	76
Figura 4-15 – Comparação entre diagramas de radiação no caso de uma antena YAGI com um director e um reflector. ....	77
Figura 4-16 – Antena YAGI com um fio reflector e três directores (FDTD-Studio). ....	78
Figura 4-17 – Antena YAGI com um fio reflector e três directores (NEC-Pro). ....	79

Figura 4-18 – Comparação entre impedâncias no caso de uma antena YAGI com um reflector e três directores. ....	80
Figura 4-19 – Comparação entre VSWR no caso de uma antena YAGI com um reflector e três directores. ....	81
Figura 4-20 – Comparação entre diagramas de radiação no caso de uma antena YAGI com um reflector e três directores. ....	82
Figura 4-21 – Antena YAGI otimizada (FDTD-Studio). ....	84
Figura 4-22 – Antena YAGI otimizada (NEC-Pro). ....	84
Figura 4-23 – Comparação entre impedâncias no caso da antena YAGI otimizada. ....	85
Figura 4-24 – Comparação entre VSWR no caso da antena YAGI otimizada. ....	86
Figura 4-25 – Comparação entre diagramas de radiação no caso da antena YAGI otimizada. ....	87
Figura 4-26 – Antena YAGI com dipolo dobrado implementada com fios (FDTD-Studio). ....	89
Figura 4-27 – Antena YAGI com dipolo dobrado implementada com fios (NEC-Pro). ....	90
Figura 4-28 – Antena YAGI com dipolo dobrado implementada com cilindros (FDTD-Studio). ....	91
Figura 4-29 – Comparação entre $\text{Re}(Z)$ dos vários exemplos de antena YAGI. ....	92
Figura 4-30 – Comparação entre $\text{Im}(Z)$ dos vários exemplos de antena YAGI. ....	92
Figura 4-31 – Comparação entre o VSWR no caso da antena YAGI em vários exemplos simulados. ....	94
Figura 4-32 – Comparação entre diagramas de radiação da antena YAGI medida, da antena YAGI simulada com fio no NECPro e no FDTD Studio, para a frequência de ressonância em FDTD. ....	95
Figura 4-33 – Comparação entre diagramas de radiação da antena YAGI medida, da antena YAGI simulada com fio no NECPro e no FDTD Studio, para a frequência de VSWR mínimo em FDTD. ....	96
Figura 4-34 – Exemplo de uma <i>patch</i> (“patch3”) com plano PEC Box (FDTD-Studio). ....	98
Figura 4-35 – Exemplo de uma <i>patch</i> (“patch4”) com plano de massa PEC Sheet (FDTD-Studio). ....	99
Figura 4-36 – Comparação entre impedâncias de uma <i>patch</i> com o plano de massa PEC Box e outra com PEC Sheet. ....	100
Figura 4-37 – Comparação entre VSWR de uma <i>patch</i> com o plano de massa PEC Box e outra com PEC Sheet. ....	101
Figura 4-38 – Comparação entre diagramas de radiação de uma <i>patch</i> com o plano de	
Figura 4-39 – <i>Patch</i> com plano de massa finito com PEC (ENSEMBLE). ....	103
Figura 4-40 – Comparação entre impedâncias da <i>patch</i> implementada no FDTD e no ENSEMBLE. ....	104
Figura 4-41 – Comparação entre diagramas de radiação de uma <i>patch</i> para VSWR mínimo. ....	105
Figura 4-42 – Comparação entre diagramas de radiação de uma <i>patch</i> para $\text{Im}(Z)=0$ . ....	106

# 1 INTRODUÇÃO

Inicialmente, quando o projecto foi proposto, a ideia consistia em trabalhar à volta das antenas impressas usando as antenas filiformes apenas como treino e como uma introdução ao resto do trabalho. No entanto, a realidade não o permitiu porque entre outras coisas o FDTD Studio revelou-se pouco apropriado à análise de antenas impressas.

Este projecto de dissertação teve como objectivo fazer um estudo comparativo sobre dois métodos de simulação, o Método dos Momentos (Method of Moments - MoM) e o Método de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (Finite Difference Time Domain - FDTD). O estudo teve como base a comparação destes métodos recorrendo à simulação de alguns exemplos de antenas. Numa primeira fase do trabalho, usando os *softwares*, FDTD Studio (FDTD) e o NECWin Professional (MoM), pretendia-se analisar o desempenho de ambos os métodos, na simulação de antenas filiformes (dipolo, fio fino e YAGI com poucos elementos). Numa segunda fase, usou-se o *software* ENSEMBLE (MoM) e o FDTD Studio (FDTD), para a análise de antenas *microstrip* (antenas impressas).

O mundo das telecomunicações tem evoluído de forma bastante acelerada e a busca de novas ferramentas que proporcionem uma eficiência no acompanhamento desse processo tem sido o trabalho constante dos profissionais e estudiosos na área em questão. Por este motivo, a investigação na procura de melhores soluções técnicas e económicas para os produtos de desenvolvimento no campo de electrónica tem sido intensa e tem dado resultados satisfatórios, apesar de limitações que alguns sistemas apresentam para fazer face aos mais variados cenários hipotéticos.

Este trabalho visava a busca de melhor solução em termos de desempenho entre dois métodos de análise de antenas, e tirar conclusões acerca das possíveis limitações de cada um deles, propondo uma justificação sobre tais características em sistemas utilizados para efeito de estudo. Desta forma, pôde-se conhecer qual dos sistemas apresentados é mais indicado para um determinado tipo de projecto de antenas, fazendo-se simulações que

indiquem resultados muito aproximados do projecto real. Para isso, teve-se que considerar alguns exemplos que mais se adequavam a cada tipo de *software* disponibilizado e proceder às simulações em diversas perspectivas, de modo a que se pudesse tirar algumas ilações em relação ao comportamento de cada um e analisar os resultados produzidos por cada um desses métodos de análise de antenas.

Foram identificadas algumas diferenças em resultados de exemplos de antenas simulados no *software* FDTD Studio, devido ao facto do *software* ainda se encontrar em fase de desenvolvimento, aperfeiçoamento e teste de alguns componentes integrantes, mas que após actualizações por parte do autor, algumas lacunas foram ultrapassadas e pôde-se obter valores bastante próximos dos medidos experimentalmente.

De modo a corrigir alguns erros no dimensionamento de objectos introduzidos no FDTD Studio, foi necessário fazer alguns ajustes de parâmetros em vários eixos e a sua disposição em células e malhas, para que se pudesse chegar ao projecto que se idealizava. A partir de simulações de exemplos de antenas simples pode-se ter uma ideia da forma como será feita a medição de parâmetros em antenas mais complexas, e por isso, começou-se pelos mais simples e foi-se alargando para simulações em que a introdução de elementos de uma antena era um pouco mais complexo. O processo de introdução de parâmetros de uma antena no FDTD Studio é mais complicado comparando com outros dois *softwares* que são mais robustos, o NEC Pro e o ENSEMBLE.

Embora o método FDTD tenha muitas qualidades, a sua implementação em *software* com todo o conjunto de funcionalidades necessárias para fazer face à análise de um grupo de problemas, com uma capacidade de introdução manual acessível, configuração e modelação de estruturas, para além de apresentação gráfica de dados produzidos não constitui uma tarefa fácil. A grande maioria das implementações deste método são desenvolvidas tendo em conta somente à análise particular de uma determinada estrutura ou de forma a permitir configurações com base na inserção de dados manualmente ou através de arquivos de configuração extensos, o que implica uma modelação bastante dificultada e complexa e traduz-se num tempo de simulação muito longo.

A forte procura que tem existido nas ferramentas de modelação e simulação, para a análise de problemas extremamente complexos e diferenciados, obriga a que se desenvolvam ambientes gráficos integrados recorrendo-se ao método FDTD, desde que seja no seu campo de aplicabilidade.

Tanto no caso deste *software* como no do NEC-Pro ou ENSEMBLE, há alguns limites na introdução dos elementos necessários para compor um projecto de antena. Portanto, há *softwares* que são mais adequados para o projecto de antenas filiformes e outros que são mais adequados para o projecto de antenas *microstrip*. Isto significa que cada uma das diferentes técnicas de simulação possuem vantagens e desvantagens, de acordo com as formas geométricas e propriedades dos elementos que se pretende projectar.

Para se ser mais objectivo, pode-se dizer que, em função do projecto que se tenciona analisar, vai-se optar por qual dos *softwares* melhor resposta produzirá para efeitos de aplicações práticas. Em determinadas situações em que se quer simular antenas filiformes, pode-se preferencialmente usar o NEC-Pro, dado que em termos de tempo de simulação é o que responde melhor num período de tempo muito curto – poucos segundos, comparando com o FDTD Studio. Este último, independentemente do projecto de antena que se apresenta, pode demorar entre poucos minutos até instantes de tempo na ordem de uma hora, agravando-se ainda mais com aumento do número de iterações e complexidade de elementos geométricos introduzidos no domínio computacional. Este processamento bastante demorado, na apresentação de resultados por parte do FDTD Studio, deve-se ao facto deste realizar cálculos de todas as frequências simultaneamente, ao invés do NEC-Pro que os faz de frequência a frequência. Contudo, não foi equacionado a análise do factor tempo neste projecto, logo não será incluído no processo de comparação como parâmetro de elevada importância, uma vez que os programas comerciais mais sofisticados de medição pelo método FDTD têm melhores resultados, embora julgue-se que não sejam tão rápidos como o NEC-Pro, por exemplo. Para situações em que se pretende projectar antenas do tipo *microstrip*, pode-se usar o FDTD Studio ou o ENSEMBLE. E entre ambos, o que melhor responde em termos de tempo de simulação e resultados obtidos próximos do

esperado é o ENSEMBLE. Portanto, o método dos momentos tem demonstrado melhores desempenhos na análise do tipo de antenas que foram considerados.

## 1.1 Metodologia

O desenvolvimento do tema proposto teve como base um estudo de carácter comparativo, no qual foram feitas abordagens do tipo quantitativo e qualitativo, respectivamente, sendo que primeiro foi em relação aos resultados obtidos em dois simuladores distintos e o segundo referente aos métodos em estudo.

A estratégia para a comparação consistiu no estabelecimento de condições de ambiente de simulação, para cada tipo de antena a ser analisado, em função das suas propriedades e das características dos *softwares* usados na simulação, dois baseados no método dos momentos e outro no método do FDTD. Por este motivo, para efeitos de avaliação e análise de parâmetros de desempenho do MoM e FDTD, foi necessário definir quais iriam servir para simular determinado tipo de antenas. Para simulação de antenas filiformes, utilizou-se o *software* NEC-Pro baseado no método dos momentos e o FDTD Studio baseado no método FDTD. Para as antenas impressas (*patch antenna*) utilizou-se o *software* ENSEMBLE baseado no método dos momentos e o FDTD Studio baseado no método FDTD.

Definidos o objecto de estudo e formas de medição de parâmetros importantes na análise de antenas, foram criadas condições necessárias para a realização da simulação de pequenas antenas filiformes fazendo comparações com os resultados obtidos em dois *softwares* diferentes. Tratou-se de tomar conhecimento daquilo que já fora adquirido na literatura acerca dos dois métodos em estudo, e complementar com as informações que foram assimiladas no decorrer das experiências desenvolvidas ao longo deste trabalho, baseando-se em construções de projectos de antenas e algoritmos inerentes ao



desenvolvimento desses *softwares*, bem como a aquisição de uma certa destreza no manuseamento de ferramentas dos próprios *softwares* utilizados.

## **Estrutura do Trabalho**

No capítulo I, apresenta-se o conceito do método dos momentos (MoM), no capítulo II é feita a apresentação de noções sobre o método FDTD, no capítulo III é descrito a análise comparativa entre os dois métodos acima citados e por fim, faz-se uma conclusão abordando as comparações de desempenho entre os *softwares* usados no estudo de ambos os métodos.



## 2 O MÉTODO DOS MOMENTOS (MoM)

### Métodos Computacionais

O processo de análise das propriedades de radiação de uma antena pode ser uma tarefa bastante complexa. Por ventura, a forma mais directa de se analisar as características de uma antena seria através da observação experimental, contudo não seria a mais eficiente. Por outro lado, poderia optar-se por uma análise matemática, que é largamente usada na análise de estruturas mais simples como são o caso do monopolo, do dipolo e das *patches* simples. No entanto, à medida que as estruturas começam a ser mais complexas e em que todas as dimensões têm influência no desempenho da antena, assim como elementos exteriores à própria antena, a análise matemática torna-se extremamente complicada e por vezes mesmo impossível. Nos nossos dias, a caracterização de antenas para terminais móveis está dependente de ferramentas de simulação que possam modelar a antena correctamente assim como os elementos exteriores como é o caso da cabeça e das mãos.

Existem diversos algoritmos disponíveis para a análise de problemas electromagnéticos envolvendo antenas, especialmente quando se recorre a métodos computacionais. Segundo Stutzman [1], os métodos computacionais podem ser divididos em dois grandes grupos: os métodos numéricos e os métodos assintóticos ou de alta-frequência. Os primeiros são aplicáveis às estruturas cujas dimensões são da ordem de grandeza do comprimento de onda a escassas dezenas do comprimento de onda, enquanto os segundos são mais recomendáveis para estruturas cujas dimensões sejam muitos comprimentos de onda. Por outro lado, os métodos numéricos podem ser subdivididos em dois grupos equivalendo à formulação de equações de Maxwell na sua forma diferencial ou integral. Em cada um destes grupos existem entretanto os métodos no domínio do tempo e métodos no domínio da frequência. No que toca aos métodos assintóticos ou de elevada frequência, estes podem ser divididos mediante a forma como é abordado o problema, isto é, se se baseiam em equações de campo ou de corrente. A Figura 2-1 [1] apresenta um

esquema que demonstra as divisões anteriormente descritas. No entanto, isto não significa que seja aplicável de forma generalizada porque cada caso é um caso, e conforme o tipo de estrutura que se pretende analisar e os resultados desejados a opção será por aquele que melhor responder às expectativas.

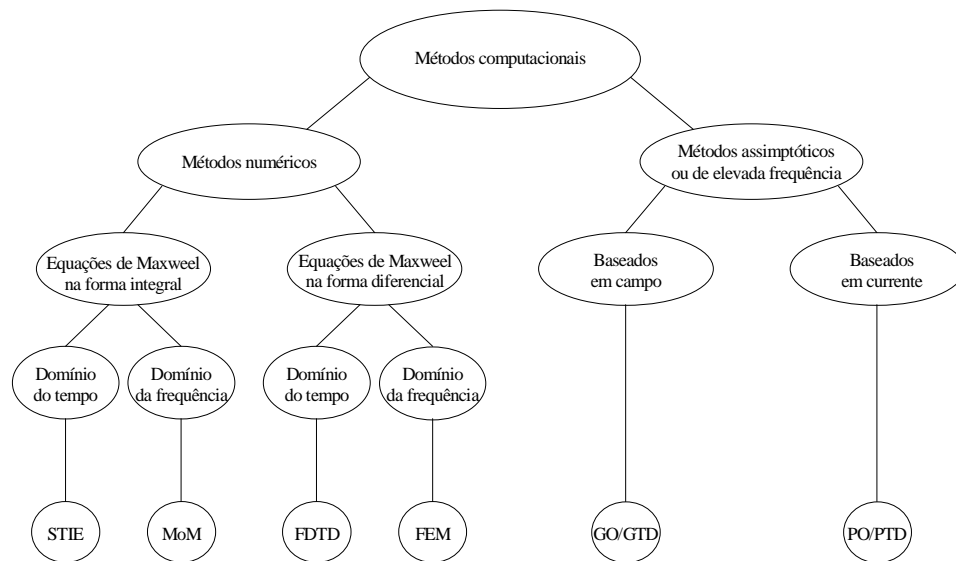


Figura 2-1 – Diagrama de categorias dos métodos computacionais.

## O Método dos Momentos

Se considerarmos antenas filiformes com um diâmetro infinitamente fino, pode-se assumir que elas têm uma distribuição de corrente sinusoidal e, deste modo, obter por via analítica as suas principais características. Contudo, quando o diâmetro já não se pode considerar infinitamente fino, isto é, quando a antena é cilíndrica, a distribuição de corrente já não pode ser considerada sinusoidal e tem que ser determinada. Para a determinar é necessário resolver uma equação integral do tipo indicado em (2.1), considerando uma antena filiforme ao longo do eixo dos  $z$ .

$$-\oint I(z')K(z, z') dz' = E^i(z) \quad (2.1)$$

Nesta equação a corrente  $I(z')$  aparece como incógnita dentro do integral. Antes do advento dos computadores as soluções deste tipo de equações eram obtidas essencialmente por métodos iterativos. A partir do momento em que foi possível usar computadores estas soluções começaram a ser obtidas por métodos numéricos fundamentalmente pelo método dos momentos [2,3]. O método dos momentos (MoM) é um procedimento para obter a solução duma equação integral como a (2.1), pela sua aproximação a um sistema de equações algébricas lineares. Hoje em dia já existe disponível diverso *software*, baseado no MoM, para determinar a corrente  $I(z')$  numa antena cilíndrica. Portanto, uma vez conhecida a corrente, o processo de determinação de impedância e diagrama de radiação torna-se relativamente simples.

Uma das equações integrais bastante comum que é apresentada na resolução de problemas de antenas com fios provém da forma criada por Pocklington, em 1897, que permitiu na altura mostrar que a distribuição da corrente num fio fino tem a forma aproximadamente sinusoidal e se propaga a uma velocidade próxima da velocidade da luz.

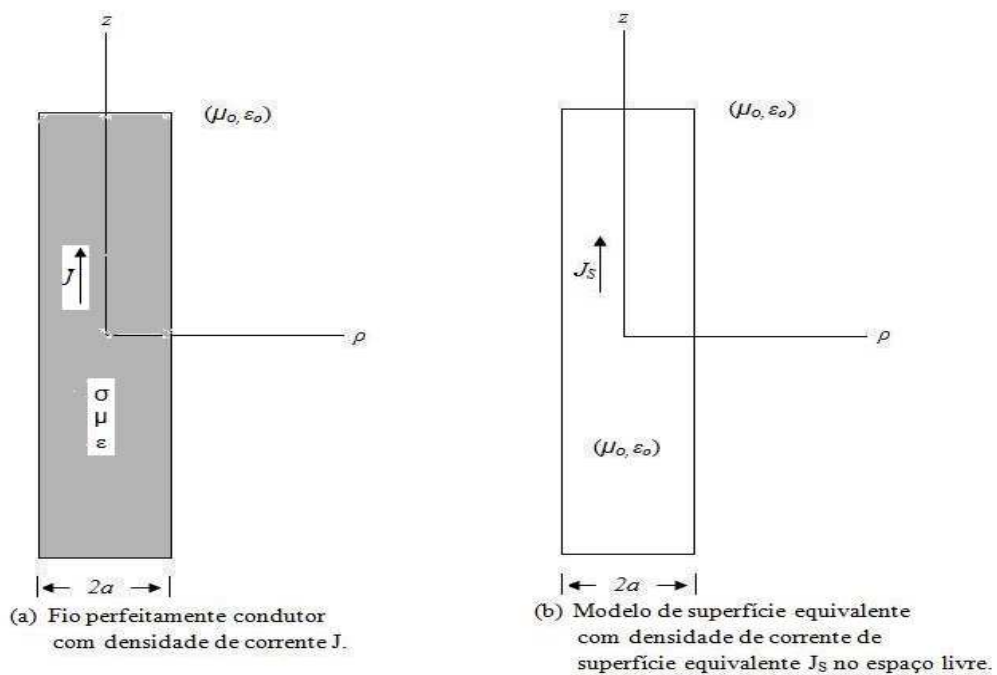


Figura 2-2 – Fio fino perfeitamente condutor ao longo do eixo dos  $z$ .

Na sua derivação, considerou-se um fio de condutividade  $\sigma$ , num espaço livre, como mostra a Figura 2-2b, assumindo que essa condutividade é elevada (por exemplo, o cobre) de maneira que a corrente circule na superfície do fio. Assim, de forma análoga, tem-se que num modelo para fio a corrente no material condutor é substituída por uma corrente de superfície equivalente, no espaço livre. Esta fase torna-se necessária para que se possa usar o vector potencial que utiliza a função de Green para o espaço livre. A função de Green para essas condições é dada por

$$\Psi(z, z') = e^{-j\beta R} / 4\pi R, \quad (2.2)$$

onde  $R$  é a distância entre o ponto de observação  $(x, y, z)$  e a fonte  $(x', y', z')$ , ou seja,

$$R = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{1/2} \quad (2.3)$$

Para se determinar a contribuição total do campo eléctrico considera-se o integral do volume do fio, onde é importante ter-se em conta um volume de distribuição da densidade de corrente se o fio não possuir uma condutividade razoavelmente elevada. Posto isso, se assumir a condutividade como sendo infinita, então a corrente é localizada na superfície do fio. Num fio de material que seja bom condutor, a consideração de existência de uma corrente de superfície é quase verdadeira e não provoca qualquer problema. Se o ponto de observação se encontrar no eixo central, correspondente ao centro do fio, sobre o eixo dos  $z$ , à distância  $a$  da superfície do material, o  $R$  toma a seguinte forma

$$R = [(z - z')^2 + a^2]^{1/2} \quad (2.4)$$

sendo  $a$  o raio do fio condutor.

Quando o raio  $a$  toma um valor muito pequeno comparado com o comprimento de onda,  $\lambda$ , a distribuição de corrente é praticamente uniforme e a corrente equivalente  $I(z')$  situa-se a uma distância radial  $a$  do ponto de observação, conforme se pode observar na Figura 2-3. O campo eléctrico radiado no espaço livre é dado por  $E_z^s$ . Portanto, na superfície do fio de um condutor perfeito tanto como no seu interior, o somatório das componentes do campo  $E_z^s$  e do campo incidente deverá ser nulo. Sendo assim, tem-se que estabelecer a seguinte relação:  $-E_z^s = E_z^i$ .

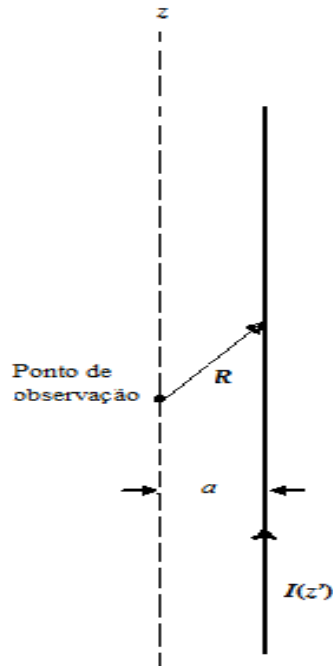


Figura 2-3 – Modelo teórico para um fio fino.

## Equações Integrais e de Malhas de Kirchhoff

As equações de malhas de Kirchhoff têm uma forte semelhança com a equação apresentada em (2.1), após a realização de algumas aproximações, em termos de distribuição da corrente uniforme, como se descreve a seguir:

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn} I_n = V_m, \quad m = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.5)$$

A resolução de uma equação integral escrita por N equações em N incógnitas pode ser feita como se estivesse a resolver um problema de N malhas ou de circuito de N nós. Se escrevermos a equação (2.1) desta forma:

$$\int_{-L/2}^{L/2} I(z') K(z, z') dz' = E_z^i(z) \quad (2.6)$$

O primeiro passo para se resolver a equação (2.6) é fazendo uma estimativa da corrente desconhecida através de uma série conhecida de funções de expansão  $F_n$ , de maneira que

$$I(z) = \sum_{n=1}^N I_n F_n(z') \quad (2.7)$$

em que os coeficientes  $I_n$  da expansão são complexos e também incógnitas. Para simplificar os cálculos pode-se assumir que as funções expansão estão representadas sob a forma de funções de impulso ortogonal dada por:

$$F_n(z') = \begin{cases} 1 & , \text{ para } z' \text{ pertencente a } \Delta z'_n \\ 0 & , \text{ outras situações} \end{cases} \quad (2.8)$$



Esta expansão em termos de funções de impulso é uma aproximação para a distribuição da corrente num fio, onde este se encontra dividido por  $N$  segmentos de comprimento  $\Delta z'_n$ . Se substituirmos a equação (2.7) na equação dada em (2.6), vem:

$$-\int_{-L/2}^{L/2} \sum_{n=1}^N I_n F_n(z') K(z_m, z') dz' \approx E_z^i(z_m) \quad (2.9)$$

onde o índice  $m$  em  $z_m$  indica que a equação integral é aplicada ao segmento  $m$ . Pode-se observar que a parcela do lado esquerdo refere que se trata apenas de uma aproximação, ou seja, o valor a obter será aproximadamente igual à componente do campo apresentado em (2.9) devido ao facto da corrente de distribuição ter sido substituída por uma distribuição aproximada. Usando a equação (2.8) em (2.9) pode-se escrever a expressão forma de somatório de produtos da corrente com a função  $f(z_m, z')$ , que é dada pela seguinte igualdade:

$$f(z_m, z') = -\int_{\Delta z'_n} K(z_m, z') dz' \quad (2.10)$$

então, das equações (2.6), (2.7) e (2.8) chega-se a:

$$\begin{aligned} -\int_{-L/2}^{L/2} I(z') K(z_m, z') K(z_m, z') dz' &\approx I_1 f(z_m, z'_1) + I_2 f(z_m, z'_2) + \dots + I_n f(z_m, z'_n) + \dots \\ &+ I_N f(z_m, z'_N) \approx E_z^i(z_m) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Pode-se dar uma interpretação física a esta equação do seguinte modo:

Se dividirmos um fio em  $N$  segmentos, cada um com o comprimento  $\Delta z'_n = \Delta z'$ , com uma corrente constante desconhecida fluindo em cada um dos segmentos, no centro do segmento  $m$ th a soma dos campos de todos os  $N$  segmentos são equivalentes ao campo (eléctrico) incidente no ponto  $z_m$ . O campo incidente é conhecido e resultante de uma fonte situada no próprio fio (na situação de transmissão) ou numa situada num ponto muito distante (na situação de recepção). Se por acaso for necessário representar um número elevado de corrente  $I(z')$ , então ter-se-á que usar segmentos muito pequenos.

A Figura 2-4 representa a distribuição da corrente numa aproximação em forma de escada.

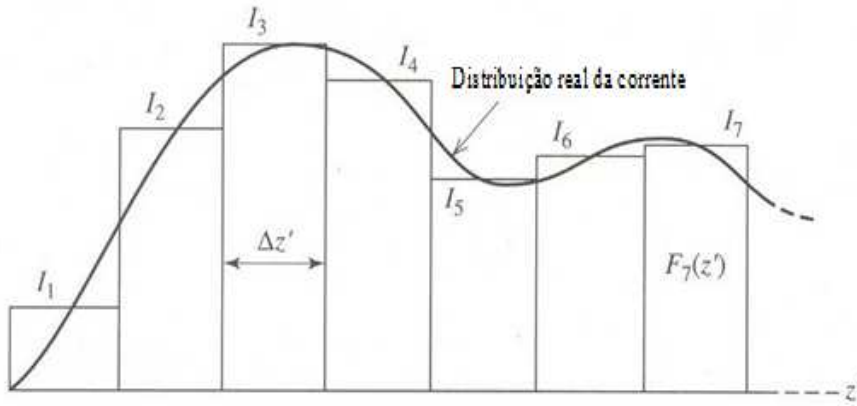


Figura 2-4 – Distribuição real da corrente com aproximação em forma de escada.

Da equação (2.11) obtém-se a seguinte equação:

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn} I_n = V_m \quad (2.12)$$

com os valores de  $Z_{mn}$  e de  $V_m$  a serem obtidos do seguinte modo:

$$Z_{mn} = f(z_m, z'_n) \quad (2.13)$$

e

$$V_m = E_z^i(z_m) \quad (2.14)$$

Com estes desenvolvimentos apresentados nas equações (2.13) e (2.14), consegue-se minimizar a complexidade existente na resolução da equação (2.12).

Até então apenas se referiu o caso em que se tem uma equação com N incógnitas, mas na realidade são necessárias mais N-1 equações autónomas para se poder calcular N incógnitas. Para se chegar a estas equações deve-se escolher um  $z_m$  diferente para cada uma das equações. Isto é, aplica-se a equação integral à N pontos sobre o eixo do fio, e com este o processo conhecido como ponto de observação que é um caso particular do caso genérico do método dos momentos. O ponto de observação para N pontos conduz a um sistema de equações (2.15) que depois se representa na forma matricial em (2.15a):

$$\begin{aligned} I_1 f(z_1, z'_1) + I_2 f(z_2, z'_2) + \dots + I_N f(z_1, z'_N) &= E_z^i(z_1) \\ I_1 f(z_2, z'_1) + I_2 f(z_2, z'_2) + \dots + I_N f(z_2, z'_N) &= E_z^i(z_2) \\ \vdots & \\ I_1 f(z_N, z'_1) + I_2 f(z_N, z'_2) + \dots + I_N f(z_N, z'_N) &= E_z^i(z_N) \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{bmatrix} f(z_1, z'_1) & f(z_1, z'_2) & \dots & f(z_1, z'_N) \\ f(z_2, z'_1) & f(z_2, z'_2) & \dots & f(z_2, z'_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(z_N, z'_1) & f(z_N, z'_2) & \dots & f(z_N, z'_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_z^i(z_1) \\ E_z^i(z_2) \\ \vdots \\ E_z^i(z_N) \end{bmatrix} \quad (2.15a)$$

A partir desta formulação matemática, pode-se colocar as equações matriciais em (2.15a) na forma compacta, assim:

$$[Z_{mn}][I_n] = [V_m] \quad (2.16)$$

com os valores de  $Z_{mn}$  e de  $V_m$  obtidos por (2.13) e (2.14).

De forma mais simples pode-se determinar a corrente, aplicando em qualquer tipo de configurações de projecto com fios finos, da seguinte forma:

$$[I_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m] \quad (2.17)$$

## Modelação da Fonte

Existem três tipos de fontes modeladas, normalmente usadas no método MoM, que são:

- i) Para as antenas transmissoras, temos a fonte *delta gap* e a componente da fonte produzida pelo campo incidente;
- ii) Modelo gerador;

- iii) Para a antena receptora ou *scatterer*, em que geralmente o campo incidente é uma onda plana.

Contudo, o modelo *delta gap* é o modelo gerador de sinal mais usado em antenas filiformes, conforme mostra a Figura 2-5. Embora tais fontes não existam na prática, elas permitem a realização de operações de cálculos de forma bastante eficiente.

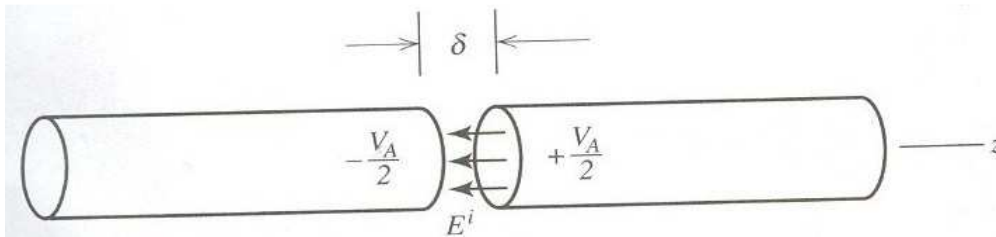


Figura 2-5 – Modelo de fonte *delta gap* com o campo  $E^i = V_A/\delta$ .

A fonte é obtida supondo que uma tensão é aplicada através da *gap* (abertura), resultando num campo eléctrico incidente  $E^i = V/\delta$  limitado totalmente à *gap*. Tendo como referência a Figura 2-5, a tensão aplicada através da *gap* pode ser determinada pelo integral do campo eléctrico que atravessa a *gap* e o que se obtém é  $V_A = + E^i \delta$ . Esta tensão é, entretanto, diferente dos elementos  $V_m$  definidos na matriz da tensão propagada  $[V_m]$ , pelo que não se deve confundi-los. Quando se faz o uso da técnica de ponto de observação, para o modelo de fonte *delta gap*,  $V_m = E^i = V_A/\delta$ .

A Figura 2-6 mostra um segundo modelo que é muito importante e aplicado na prática e denomina-se de modelo de *componente geradora*, onde uma linha de cabo coaxial alimenta um monopolo através de um plano de massa. Se considerarmos uma distribuição no modo dominante (TEM), na abertura do cabo coaxial, podemos substituir o plano de massa e a abertura do cabo por uma componente da corrente magnética, desde que assumamos que a forma do campo eléctrico na abertura seja dada por:

$$E_{\rho}(\rho') = \frac{1}{2\rho' \ln(b/a)} \quad (2.18)$$

sendo que a distribuição da corrente magnética correspondente de  $\mathbf{M} = 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}$  é

$$M_{\phi'} = 2 E_{\rho'} = \frac{1}{2\rho' \ln(b/a)} \quad (2.19)$$

De onde se pode mostrar que o campo eléctrico no eixo do monopolo é escrito da seguinte forma:

$$E_z^i(0, z) = \frac{1}{2\rho' \ln(b/a)} \left( \frac{e^{j\beta R_1}}{R_1} - \frac{e^{j\beta R_2}}{R_2} \right) \quad (2.20)$$

com

$$R_1 = \sqrt{z^2 + a^2} \quad (2.21)$$

e

$$R_2 = \sqrt{z^2 + b^2} \quad (2.22)$$

isto, se o centro da componente localizar-se na origem da coordenada.

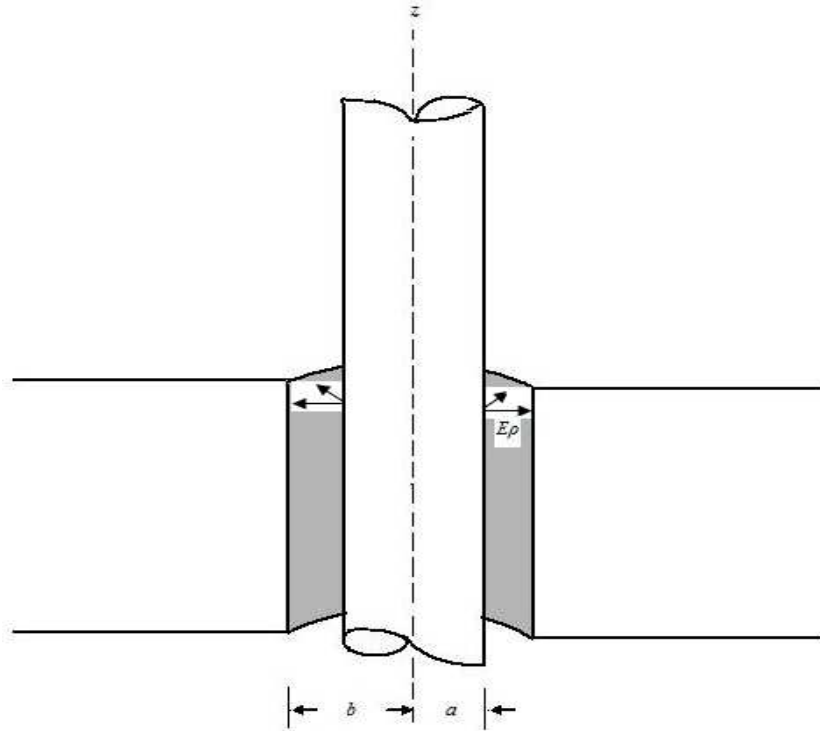


Figura 2-6 – Um monopolo alimentado por um cabo coaxial através de um plano de massa.

O terceiro tipo de fonte a considerar é aquele no qual se tem uma onda incidente plana. Neste caso, para se obter os elementos da matriz da tensão propagada, torna-se necessário o uso da componente do campo incidente no ponto de observação ao longo do eixo do dipolo de fio. Supondo que o dipolo se encontra posicionado segundo o eixo dos  $z$ , pode-se escrever a expressão do campo incidente do seguinte modo:

$$E_{\text{tan}}^i = \hat{z} \cdot E e^{j\beta z \cos \theta} \quad (2.23)$$

Se tivermos uma onda plana com uma amplitude unitária, geralmente incidente orientado segundo a direcção  $z$ , os elementos da matriz da tensão propagada são todos da forma  $(1 + j0)$ .

## Método dos Pesos Residuais

Este método compreende a derivação do método dos momentos de uma forma mais geral do que o método de ponto de observação, visto anteriormente. Tomando como exemplo o caso do fio fino, apresentado atrás, pode-se definir o *residual*  $R$  como sendo o somatório das componentes dos campos *scattered* (relativo ao espalhamento ou dispersão) e incidente:

$$R = E_{\text{tan}}^s + E_{\text{tan}}^i \quad (2.24)$$

Desta forma, mostra-se que como se pretende que o valor de  $R$  seja nulo, então é satisfeita a condição limite.

$$R(z) = - \sum_{n=1}^N I_n f(z, z') + E_z^i(z) \quad (2.25)$$

Tendo os termos do campo eléctrico representados sob a forma de condição limite, o  $R$  é o somatório das componentes do campo por espalhamento e incidente na superfície do fio.

Quando se tem a equação (2.25) definida para  $z = z_m$ , o  $R$  é dado por  $m$ th ponto de observação, onde o seu valor deverá ser nulo, desde que a solução para os  $I_n$ 's seja obtida com base na condição para o campo eléctrico nos  $N$  pontos de observação. Porém, noutros pontos que não nos pontos de observação, normalmente, o campo eléctrico total não será nulo. Entretanto, o valor de  $R$  para  $z \neq z_m$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots, N$ , nunca será nulo. Do ponto de vista prático, o ponto de observação pode ser visto como o afrouxamento da condição limite, de modo que apenas sejam satisfeitos determinados pontos específicos.



Neste método, os  $I_n$  são determinados de tal maneira que o valor de  $R$  é forçado a zero através da média pesada. Para o caso de fio, a equação integral pesada do *residual* pode ser igualada a zero na seguinte forma:

$$\int W_m(z) R(z) dz = 0, \quad m = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.26)$$

onde  $W_m(z)$  é designado por função de teste ou pesada.

Se substituirmos a equação (2.25) em (2.26) obtemos:

$$\int_{-L/2}^{L/2} W_m(z) \cdot \sum_{n=1}^N I_n f(z, z'_n) dz + \int_{-L/2}^{L/2} W_m(z) E_z^i(z) dz = 0, \quad m = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.27)$$

Caso a função pesada forem tidas como funções *delta Dirac*, tem-se

$$W_m(z) = \delta(z - z_m) \quad (2.28a)$$

então a equação (2.27) será reduzida à equação (2.11). Se as funções pesadas forem funções de impulsos:

$$W_m(z) = \begin{cases} 1 & , z \text{ pertencente a } \Delta z_m \\ 0 & , \text{ outras situações} \end{cases} \quad (2.28b)$$

assim, a equação (2.27) transforma-se em

$$-\sum_{n=1}^N I_n \int_{\Delta z_m} f(z, z'_n) dz + \int_{\Delta z_m} E_z^i(z) dz = 0, \quad m = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.29)$$

com

$$Z_{mn} = \int_{\Delta z_m} f(z, z'_n) dz \quad (2.30)$$

e

$$V_{mn} = \int_{\Delta z_m} E_z^i(z) dz \quad (2.31)$$

A corrente obtida através da cálculo das equações (2.30) e (2.31) não terá que ser obrigatoriamente de modo que o somatório dos campos devido à dispersão e incidente (ou seja, *residual*,  $R$ ) seja nulo em todo o ponto ao longo da superfície do fio, todavia a média sobre o fio tenderá para o valor zero, resultando num valor mais exacto para a distribuição de corrente para um dado  $N$  do que quando são consideradas as funções pesadas como as funções *delta Dirac*.

Presentemente, isto poderá ou não ser um caso dependente numa escolha particular de funções de expansão para a corrente e funções pesadas.

As escolhas destas funções terão que ter em conta alguns factores e que ainda estão bem definidos, contudo é recomendável escolher as funções de expansão que mais se assemelham com a forma da corrente no fio e usar a mesma função para funções pesadas, como se estivessem a ser usadas para funções de expansão. Existem, entretanto, excepções a estas regras, incluindo a solução do impulso do ponto de observação. Na situação em que a função de expansão e a função pesada são iguais o procedimento é normalmente caracterizado como *método de Galerkin*.

## Diagrama de Radiação

O diagrama de radiação é definido como sendo a variação esférica centrada numa antena, com um raio constante,  $r$ , onde apenas existe a variação do campo eléctrico segundo os ângulos  $\theta$  e  $\phi$ . Normalmente faz-se a normalização da expressão do campo eléctrico para que o seu valor máximo seja unitário. A fase é geralmente colocada a zero no mesmo ponto em que a amplitude é normalizada ao valor de uma unidade. Esta consideração é válida apenas quando nos interessa a observação do comportamento relativo da fase. Assim, a variação do diagrama de radiação é independente do valor de  $r$ .

Uma antena típica tem a potência de radiação expressa da forma como ilustra a Figura 2-7, como um gráfico de curva polar em unidades linear ou em decibéis (dB). Essas curvas são formadas por chamados lobos, tendo um lobo principal que contém a informação acerca da direcção de radiação máxima. Existem outros lobos que são secundários, menores do que o lobo principal e que se denominam também por lobos menores. Estes lobos são compostos por lobos laterais e aqueles que se situam na direcção oposta ao do lobo principal. Geralmente, convencionou-se a designação de lobos laterais aos que se posicionam próximo do lobo principal.

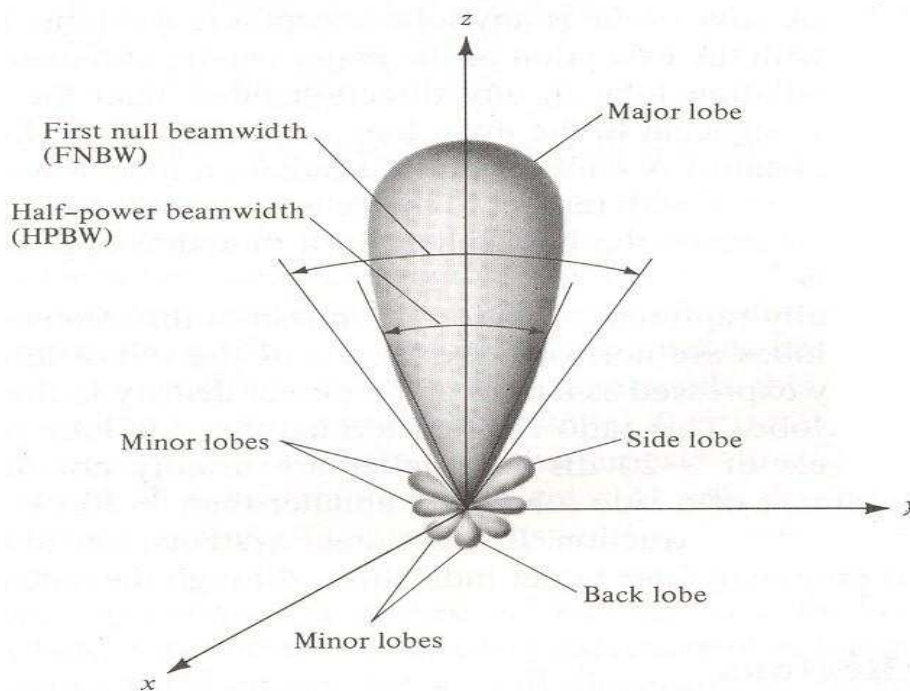


Figura 2-7 – Diagrama de radiação com demonstração dos lóbulos e da largura de radiação.

No método dos momentos a determinação do diagrama de radiação é feita com base no cálculo da contribuição do campo eléctrico radiado num dado ponto no espaço, por cada um dos segmentos de um dado fio fino, com comprimento  $\Delta x_i$ , que é percorrido por uma corrente  $I_i$ . O que acontece é que, neste caso, como é possível calcular o campo eléctrico numa estrutura filiforme, num dado ponto no espaço, através da corrente que percorre um dado segmento  $i$ , então para um conjunto de segmentos que constituem um fio fino é possível calcular o somatório dos campos eléctricos deste conjunto de segmentos  $i=1,2,3, \dots, n$ , como sendo o campo total radiado por esse fio fino naquele ponto. Isto porque, conhecido o campo distante pode-se calcular o diagrama de radiação de uma antena.

Para o caso de estruturas em que se tem uma antena impressa, a forma de cálculo é semelhante, só que ao invés de segmentos de fios, a aplicação é feita sobre pequenas porções (segmentos de estruturas) com dimensões equivalentes a um quadrado ou um rectângulo, que são percorridos por uma distribuição de corrente e sendo assim possível o cálculo do campo eléctrico num dado ponto distante no espaço. O conjunto do campo

calculado em cada uma dessas porções de material nesse ponto resulta num campo eléctrico total da estrutura da antena em análise.



### 3 O MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO (FDTD)

Relativamente ao projecto de antenas baseado nos métodos numéricos, o método FDTD é também usado com frequência.

A escolha deste método para o estudo neste projecto de dissertação foi levada em conta depois de uma análise prévia de toda a bibliografia disponível [1] e [2]. A opção por uso de algoritmos do método FDTD deveu-se ao facto deste método apresentar algumas características relevantes em comparação com outros métodos, designadamente:

- Visualização gráfica dos campos electromagnéticos;
- Disponibilização de informação em banda larga com recurso a uma única simulação;
- Versatilidade na análise de estruturas com formas diversificadas;
- Especificação do material em todos os pontos do domínio computacional.

#### Conceito de FDTD

Como se sabe, as equações de Maxwell descrevem a evolução no tempo e no espaço dos campos eléctrico e magnético e são certamente uma ferramenta com potencialidade distinta. No entanto, para quem olha pela primeira vez para essas equações e mesmo para quem possua algum *background* na área constata que a resolução de tais equações é extremamente complexa. Por isso, foi necessário desenvolver técnicas que facultassem a resolução destas equações, e neste âmbito o FDTD aparece como um dos métodos mais promissores e de fácil implementação em *software*. O primeiro pesquisador que apresentou o algoritmo foi K. Yee, no ano de 1966. E se há dezenas de anos atrás o algoritmo não foi bem recebido, por causa das limitações computacionais da altura em termos de capacidade de armazenamento de dados, com o passar do tempo e mais

precisamente após meados dos anos oitenta teve um crescimento extremamente gigantesco, o que faz com que actualmente existam sítios na rede de computadores dedicados a este método [8].

O factor substancial deste algoritmo baseia-se na transformação das equações de Maxwell na sua forma diferencial em equações diferença, discretizadas e implementadas em *software*. A resolução destas equações é feita de tal maneira que o campo eléctrico é calculado num dado instante do tempo, e o campo magnético no instante imediatamente a seguir, intercalando este processo até que seja alcançado o estado estacionário.

## **Princípio de Funcionamento**

A transformação das equações de Maxwell em equações diferença permite que o valor do campo eléctrico num dado ponto, seja num dado período de tempo, dependente do seu valor precedente (é por este motivo que surge o conceito de diferenças no tempo) e da diferença entre os valores do campo magnético, calculados no instante anterior, e em pontos situados, um de cada lado do ponto em está a ser calculado o campo eléctrico. A determinação do campo magnético é feita do mesmo modo, ou seja, chega-se ao valor do campo magnético tendo em consideração o valor do mesmo campo no período de tempo anterior e da diferença entre os valores do campo eléctrico no instante anterior e em pontos próximos do ponto em que se determina o campo magnético. Portanto, o valor de um campo depende do seu valor no instante de tempo anterior e dos de outros campos que se encontram no seu redor. A Figura 3-1 ilustra a concepção tendo somente uma direcção no espaço.



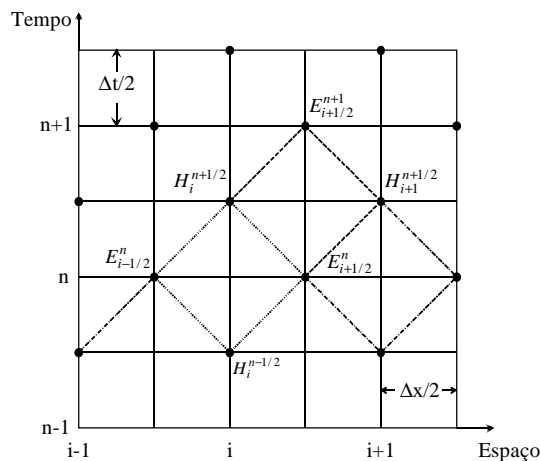


Figura 3-1 – Diagrama detalhado do cálculo do valor dos campos eléctrico e magnético.

## Modo de Utilização

É importante realçar que um campo electromagnético tem normalmente três componentes. Para que seja possível a utilização do FDTD há que se delimitar primeiramente um domínio computacional. O domínio computacional consiste no espaço onde se decorrerá a simulação. Este espaço divide-se em células, que em 3D (espaço tridimensional) e num sistema cartesiano rectangular correspondem a cubos, como se pode observar na Figura 3-2. Com base no que foi descrito anteriormente, os valores das seis componentes do campo electromagnético são determinados em pontos distintos dessa mesma célula e em todas as que compõem o domínio computacional. O posicionamento de cada uma das componentes do campo electromagnético pode ser vista na Figura 3-3.

Deverá também ser especificado o material de cada célula em todo o domínio computacional e particularmente ter-se-á células em espaço livre, em metal (um condutor eléctrico perfeito ou com uma condutividade bem determinada) ou outro tipo material com características eléctricas e magnéticas bem determinadas tais como a permitividade, a condutividade e a permeabilidade. Definido o domínio computacional e estabelecida a

grelha com o material especificado, opta-se por uma fonte que é aplicada no sentido de poder dar o início a todo o processo de propagação de ondas electromagnéticas.

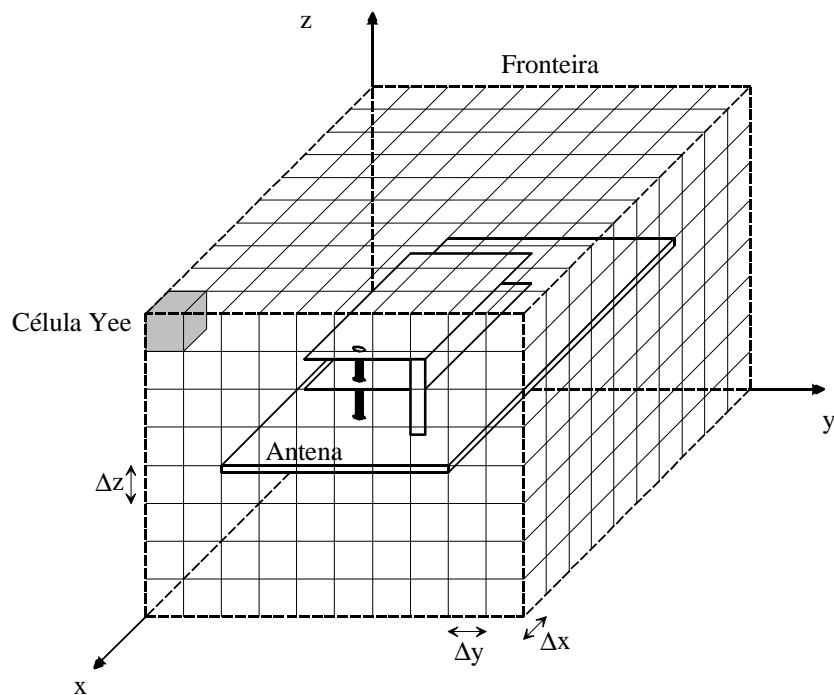


Figura 3-2 – Amostra do domínio computacional.

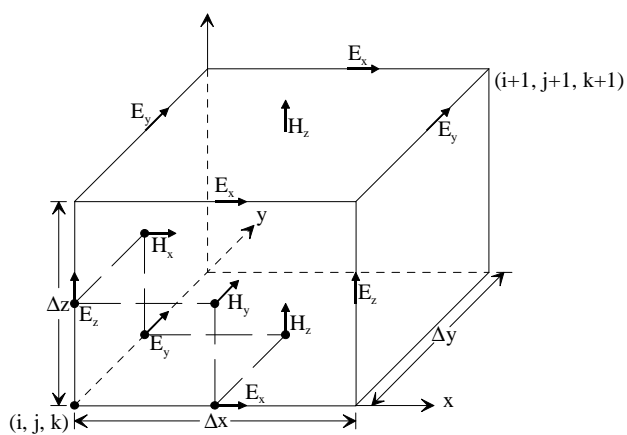


Figura 3-3 – Posicionamento dos diferentes vectores do campo numa célula Yee a 3D.

## As Equações de Maxwell

Na base do algoritmo FDTD estão as equações de Maxwell, que envolvem o operador rotacional, no domínio do tempo.

As equações de Maxwell são geralmente definidas tanto na sua forma diferencial como na sua forma integral e, usando o conceito de dualidade, são as seguintes:

Lei de Faraday

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} - \vec{M}_s \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\hat{S} = -\oint_C \vec{E} \cdot d\hat{l} - \iint_S \vec{M}_s \cdot d\hat{S} \quad (3.2)$$

Lei de Ampère

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} - \vec{J}_s \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{D} \cdot d\hat{S} = \oint_C \vec{H} \cdot d\hat{l} - \iint_S \vec{J}_s \cdot d\hat{S} \quad (3.4)$$

Lei de Gauss para o campo eléctrico

$$\nabla \cdot \vec{D} = Q_e \quad (3.5)$$

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\hat{S} = \iiint_v \rho_e dv \quad (3.6)$$

Lei de Gauss para o campo magnético

$$\nabla \cdot \vec{B} = Q_m \quad (3.7)$$

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\hat{S} = \iiint_v \rho_m dv \quad (3.8)$$

em que:

$\vec{E}$  é o vector campo eléctrico em V/m;

$\vec{D}$  é vector de densidade de fluxo eléctrico em C/m<sup>2</sup>;

$\vec{H}$  é o vector campo magnético em A/m;

$\vec{B}$  é o vector densidade de fluxo magnético em Wb/m<sup>2</sup>;

$\vec{J}_s$  é o vector densidade de corrente eléctrica em A/m<sup>2</sup>;

$\vec{M}_s$  é o vector densidade de corrente magnética em V/m<sup>2</sup>;

$Q_e$  é a carga eléctrica total em C;

$\rho_e$  é a densidade de carga eléctrica em C/m<sup>3</sup>;

$Q_m$  é carga magnética (fictícia) total;

$\rho_m$  é a densidade de carga magnética (fictícia)/m<sup>3</sup>;

$S$  é uma superfície arbitrária com vector unitário normal  $d\hat{S}$  e  $C$  é o contorno que limita  $S$  com vector unitário  $d\hat{l}$ .

Em meios homogéneos, lineares e isotrópicos, pode-se relacionar  $\vec{B}$  com  $\vec{H}$  e o  $\vec{D}$  com o  $\vec{E}$  do seguinte modo:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3.9)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (3.10)$$

sendo que:

$\mu$  é a permeabilidade magnética em H/m;

$\epsilon$  é a permissividade eléctrica em F/m.

Se assumirmos a existência de perdas eléctricas e magnéticas, podemos igualmente estabelecer uma relação do  $\vec{M}_s$  com  $\vec{H}$  e do  $\vec{J}_s$  com o  $\vec{E}$  obtendo o seguinte:

$$\vec{M}_s = \rho' \vec{H} \quad (3.11)$$

$$\vec{J}_s = \sigma \vec{E} \quad (3.12)$$

em que:

$\rho'$  é a resistividade magnética em  $\Omega/\text{m}$

$\sigma$  é a condutividade eléctrica em  $\text{S}/\text{m}$

A combinação das equações descritas anteriormente permite-nos escrever as equações de Maxwell na sua forma diferencial, que é a forma que tem interesse para o método FDTD, da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{E} - \frac{\rho'}{\mu} \vec{H} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \vec{H} - \frac{\sigma}{\varepsilon} \vec{E} \quad (3.14)$$

Se levarmos em conta um sistema de coordenadas rectangulares, as duas equações vectoriais, (3.13) e (3.14), dão origem a um conjunto de seis equações escalares (que são as equações base do algoritmo FDTD) que são as seguintes:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \rho' H_x \right) \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - \rho' H_y \right) \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \rho' H_z \right) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (3.20)$$

## O Algoritmo de Kane Yee

O pesquisador Kane Yee, em 1966, exibiu um conjunto de equações diferença para a determinação das equações de Maxwell na sua forma diferencial e para condições em que se verificava  $\rho' = 0$  e  $\sigma = 0$ . O método que no começo era visto no seio na comunidade científica com um certo receio passou, com o andar do tempo e com o desenvolvimento de meios computacionais robustos, a ter uma aceitação muito maior e desde aí tem evoluído bastante. Por detrás desse franco acolhimento subsiste o surgimento de recursos computacionais indispensáveis e, essencialmente, a poderosa capacidade que este algoritmo oferece, tais como:

- Determina o valor do campo eléctrico e do campo magnético tanto no espaço como no tempo;
- Centraliza os vectores campo eléctrico e campo magnético no espaço tridimensional, de tal modo que cada componente do campo eléctrico é acompanhado por quatro componentes do campo magnético e cada componente do campo magnético é envolvida por quatro componentes do campo eléctrico, compondo desta forma uma autêntica malha interligada tal como mostra a Figura 3-3;
- Centraliza as componentes do campo eléctrico e magnético no tempo, isto é, num instante determina o valor do campo eléctrico em todos os pontos do domínio computacional e num período de tempo a seguir determina os valores do campo magnético e assim por diante, de um modo intercalado tal como apresentado na Figura 3-1;
- Inexistência de matrizes e sistemas de equações simultâneas para efectuar cálculos como acontece no método dos momentos.

De acordo com a proposta de Yee, de forma generalizada, podem ser definidos quatro graus de liberdade (sendo três no espaço e um no tempo). Segundo Yee, um ponto da grelha pode ser dado da seguinte forma:

$$(i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \quad (3.21)$$

onde  $i, j, k$  são inteiros e  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  são as dimensões das células conforme as direcções dos eixos coordenados.

Da mesma forma, definiu uma função do tempo e do espaço calculada num ponto arbitrário da grelha pré-definida como:

$$F^n(i, j, k, n) = F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) \quad (3.22)$$

onde  $\Delta t$  é o incremento no tempo, considerado uniforme em todo o intervalo de observação, e  $n$  um inteiro.

Conforme foi referido anteriormente, o factor preponderante do método FDTD tem a ver com a transformação dos diferenciais das equações de Maxwell na sua forma diferencial em equações diferença. Pode-se deduzir aplicando a definição de derivada de uma função num dado ponto e supondo a proposta apresentada anteriormente que [9]:

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial x} \approx \frac{F^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - F^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \quad (3.23)$$

Constata-se aqui o incremento em  $\pm \frac{1}{2}$  no índice  $i$  correspondendo a diferença finita em torno de  $\Delta x/2$ . Uma aproximação numérica análoga para  $\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial y}$  e  $\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial z}$  poderia ser escrita incrementando apenas o índice  $j$  e  $k$  de  $\pm \frac{1}{2}$ .

De um modo similar obter-se-ia a derivada em ordem ao tempo como se pode ver aqui:

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial t} \approx \frac{F^{n+1/2}(i, j, k) - F^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} \quad (3.24)$$

Aplicando as ideias e a proposta anterior às equações de Maxwell na sua forma diferencial (em 3D), obtêm-se as equações que sustentam o método FDTD. Por exemplo, considerando a equação (3.15) e caso se substituam as derivadas em ordem ao tempo e em ordem ao espaço pelas equações anteriores, chega-se a seguinte equação para um dado instante  $n$ :

$$\frac{H_x^{n+1/2}(i, j, k) - H_x^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu_{i,j,k}} \left[ \frac{E_y^n(i, j, k+1/2) - E_y^n(i, j, k-1/2)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j+1/2, k) - E_z^n(i, j-1/2, k)}{\Delta y} - \rho'_{i,j,k} \times H_x^n(i, j, k) \right] \quad (3.25)$$

Pode-se observar que todas as quantidades que surgem na parcela do lado direito da equação são todas calculadas no instante  $n$  abrangendo o valor do campo magnético  $H_x$  devido as perdas magnéticas  $\rho'$ . Porém, os valores de  $H_x$  para o instante  $n$  não se encontram disponíveis em memória (porque presume-se que somente os valores no instante  $n-1/2$  devem estar guardados em memória), e portanto existe a necessidade de se estimar esse termo e de acordo com Taflove [9], deve-se usar o que na literatura se classifica como a aproximação semi-implícita. Nesta aproximação, admite-se que o valor de  $H_x$  no instante  $n$  é igual a média aritmética do valor de  $H_x$  no instante  $n-1/2$  e o valor a ser determinado no instante  $n+1/2$ , ou seja:

$$H_x^n(i, j, k) = \frac{H_x^{n+1/2}(i, j, k) + H_x^{n-1/2}(i, j, k)}{2} \quad (3.26)$$



Se fizermos a substituição de (3.26) em (3.25) e multiplicarmos ambos os membros por  $\Delta t$  obtemos:

$$H_x^{n+1/2}(i, j, k) - H_x^{n-1/2}(i, j, k) = \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left( \begin{aligned} & \frac{E_y^n(i, j, k+1/2) - E_y^n(i, j, k-1/2)}{\Delta z} \\ & - \frac{E_z^n(i, j+1/2, k) - E_z^n(i, j-1/2, k)}{\Delta y} \\ & - \rho'_{i,j,k} \times \left( \frac{H_x^{n+1/2}(i, j, k) + H_x^{n-1/2}(i, j, k)}{2} \right) \end{aligned} \right) \quad (3.27)$$

Analisando a equação anterior verifica-se que os termos  $H_x^{n+1/2}(i, j, k)$  e  $H_x^{n-1/2}(i, j, k)$  surgem em ambos os lados da equação. Se separarmos esses termos e depois dividirmos ambos os membros da equação por  $\left(1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \times \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}\right)$  chegaremos à expressão final para o cálculo de  $H_x$  usando o FDTD. Isto pode ser escrito da seguinte maneira:

$$H_x^{n+1/2}(i, j, k) = \left( \frac{1 - \frac{\rho'_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \mu_{i,j,k}}} \right) H_x^{n-1/2}(i, j, k) + \left( \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \mu_{i,j,k}}} \right) \left( \begin{aligned} & \frac{E_y^n(i, j, k+1/2) - E_y^n(i, j, k-1/2)}{\Delta z} \\ & - \frac{E_z^n(i, j+1/2, k) - E_z^n(i, j-1/2, k)}{\Delta y} \end{aligned} \right) \quad (3.28)$$

De forma semelhante, poderíamos obter as expressões para  $H_y$  e  $H_z$ . Analogamente, obteríamos também as expressões para  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$ . Nestas equações o termo  $\sigma \cdot E^{n+1/2}$  significa a existência de perdas e pode ser estimado recorrendo a um procedimento parecido com o anterior. Exemplificando, podemos apresentar a equação para  $E_z$ .

$$\begin{aligned}
E_z^{n+1}(i, j, k) = & \left( \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \epsilon_{i,j,k}}} \right) E_z^n(i, j, k) + \\
& + \left( \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \epsilon_{i,j,k}}} \right) \left( \frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k) - H_y^{n+1/2}(i-1/2, j, k)}{\Delta x} \right. \\
& \left. - \frac{H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k) - H_x^{n+1/2}(i, j-1/2, k)}{\Delta y} \right)
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Fazendo uma análise das duas equações anteriores, pode-se constatar que o valor de uma componente do campo num dado ponto do espaço está apenas dependente do seu valor no instante anterior e dos valores prévios da outra componente em pontos adjacentes. Uma vez que os restantes valores são constantes e invariantes no tempo devem ser definidas inicialmente. Nota-se que este método possibilita a definição para cada ponto do espaço das suas características eléctricas e magnéticas. Sendo assim, pode-se mostrar as constantes definidas como se apresenta a seguir

$$C_a(i, j, k) = \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \epsilon_{i,j,k}}} \tag{3.30}$$

$$C_b(i, j, k) = \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \epsilon_{i,j,k}}} \tag{3.31}$$

$$D_a(i, j, k) = \frac{1 - \frac{\rho'_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \mu_{i,j,k}}} \tag{3.32}$$

$$D_b(i, j, k) = \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \cdot \Delta t}{2 \cdot \mu_{i,j,k}}} \tag{3.33}$$

Finalizando, falta apenas referir que a equação (3.28) só ficará completamente definida quando a escrevermos de acordo com o arranjo apresentado na Figura 3-3. Se tivermos em atenção a essa figura, podemos ver que para estarmos sobre a posição de  $H_x$ , necessitamos de somar  $1/2$  ao índice  $j$  e  $1/2$  ao índice  $k$ . Se considerarmos o caso de  $E_z$ ,

teremos apenas de adicionar  $\frac{1}{2}$  ao índice  $k$ . As equações (3.34) e (3.35) apresentam as expressões finais de  $H_x$  e  $E_z$ .

$$H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) = D_a(i, j+1/2, k+1/2)H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) + D_b(i, j+1/2, k+1/2) \left( \frac{E_y^n(i, j+1/2, k+1) - E_y^n(i, j+1/2, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j+1, k+1/2) - E_z^n(i, j, k+1/2)}{\Delta y} \right) \quad (3.34)$$

$$E_z^{n+1}(i, j, k+1/2) = C_a(i, j, k+1/2)E_z^n(i, j, k+1/2) + C_b(i, j, k+1/2) \left( \frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^{n+1/2}(i-1/2, j, k+1/2)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n+1/2}(i, j-1/2, k+1/2)}{\Delta y} \right) \quad (3.35)$$

## Dimensão das Células e Estabilidade Numérica

É importante determinar o tamanho das células antes de podermos implementar as equações diferença apresentadas no ponto anterior bem como o *time step*,  $\Delta t$ , a ser usado. A dimensão das células tem que ser definida com algum cuidado porque não é uma tarefa muito simples. As células devem ter um tamanho suficientemente pequeno de modo que os resultados sejam confiáveis à maior frequência de interesse, por um lado, e por outro devem possuir um tamanho suficientemente grande para que se possa ter recursos computacionais capazes de resolver. Há que ter também em atenção o tipo de materiais que constituem o projecto no domínio computacional, porque se a permitividade for elevada ou a condutividade baixa menor será o comprimento de onda a uma determinada frequência e menor será a dimensão requerida para a célula.

O que se deve ter em conta neste processo é assegurar que a dimensão da célula seja muito mais pequena do que o menor comprimento de onda de interesse. Mas depois surge a seguinte preocupação. Quanto pequena deverá ser a dimensão da célula? Aí, conforme Kunz [10], definiu-se um valor usado para estimar essa dimensão que corresponde a dez células por comprimento de onda. Mesmo assim, como existem cenários em que se torna obrigatória a fiabilidade dos resultados pode-se definir vinte ou mais células por comprimento de onda.

Com base nas propostas de Kunz[10] ou Taflove[11], pode-se obter uma forma para evitar a dispersão de resultados. Mas para isso tem que se admitir a validade da seguinte condição:

$$\Delta t \leq \frac{1}{c_{\max} \left[ \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right]^{1/2}} \quad (3.36)$$

em que  $c_{\max}$  é a velocidade máxima de propagação no espaço que se está a modelar.

A condição indicada em (3.36) designa-se por limite de Courant. Desprezando os detalhes matemáticos pode-se ilustrar uma justificação sobre esta condição. Assim, ter-se-á que assegurar que em cada período de tempo  $\Delta t$  o algoritmo seja capaz de propagar a onda apenas através de uma célula. Daí que esse período de tempo deverá ser inferior ao período de tempo que a onda leva a atravessar a distância correspondente a dimensão de uma célula. Assumindo esse compromisso garante-se que a onda não se vai propagar com maior velocidade que o algoritmo, o que implicaria a obtenção de soluções instáveis.

## Condições Fronteira de Absorção

O estabelecimento de um limite para o qual se pode obter a solução dos problemas é um dos factores que exige alguma cautela. Normalmente quando se usa este método para resolver problemas abertos aparecem sérias dificuldades, porque a solução deveria ser gerada para um espaço infinito e isso não é verificado. De qualquer forma é mais do que óbvio que não existem sistemas computacionais capazes de armazenar uma quantidade de informação gigantesca, e isto implica que o espaço de geração da solução deve ser restrito. Tanto as estruturas de interesse como algumas células compreendidas entre os objectos a serem modelados no domínio computacional e a fronteira propriamente dita deverão ser aglomeradas dentro desta dimensão estimada. A Figura 3-4 mostra a afirmação anterior.

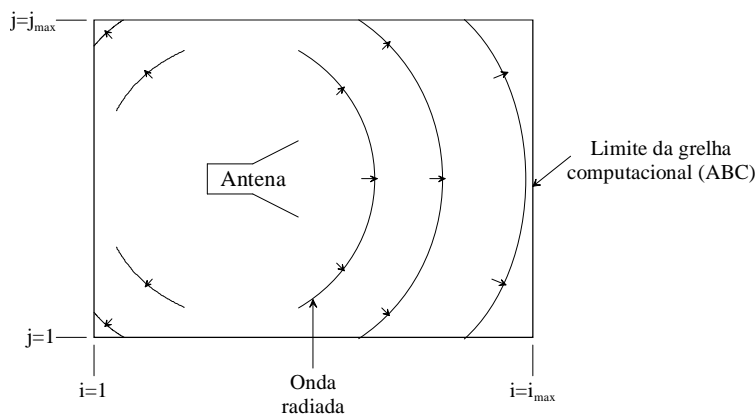


Figura 3-4 – Condições fronteira de absorção.

Tendo em conta a ilustração da Figura 3-5 e supondo que as células que constituem esse plano se encontram na fronteira do domínio computacional, todas as componentes do campo eléctrico nesses pontos são tangenciais, enquanto as componentes do campo magnético nos pontos desse plano são normais. Agora tomando em consideração a equação definida em (3.34) pode-se aferir que os valores de campo eléctrico que são necessários

para o cálculo de  $H_x$  estão todos no interior da grelha, e deste modo não será preciso aplicar as condições fronteira para calcular esta componente. Isto acontece também no cálculo das outras duas componentes do campo magnético em planos perpendiculares ao antecedente. Mas o mesmo não se verifica na determinação das componentes do campo eléctrico porque alguns dos valores do campo magnético requeridos para que se actualize o valor passam para o lado de fora da grelha estabelecida, como mostra a equação (3.35) e se pode observar na figura a seguir. Com isto, é possível afirmar-se que as condições fronteira são aplicáveis exclusivamente aos valores do campo eléctrico e devem ser feitas às duas componentes tangenciais a cada uma das faces da fronteira. A Figura 3-5 apresenta um exemplo, que demonstra que no plano  $x=0$  e  $x= x_{\max}$ , é possível constatar quando se verificam as condições fronteira para o cálculo de  $E_y$  e  $E_z$ .

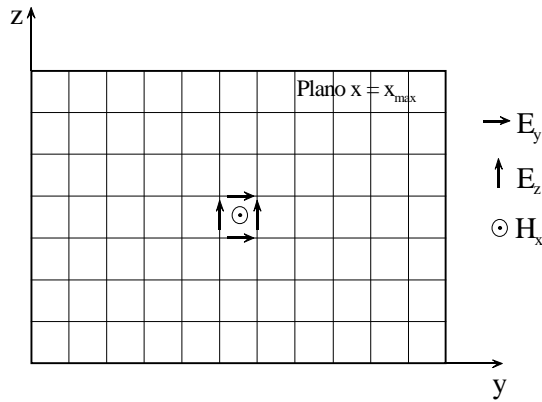


Figura 3-5 – Distribuição campos electromagnéticos num plano pertencente a fronteira.

Dado que a aplicação directa da equação (3.35) leva a que os valores saiam para fora da fronteira estabelecida, obriga-se a busca de uma nova estratégia que permita calcular as componentes que se encontram na fronteira. Este novo grupo de equações que se devem aplicar somente na região fronteira devem eliminar a onda reflectida a um nível que seja considerado admissível, por essa razão se denominam de *Absorbing Boundary Conditions* (ABC). Foram desenvolvidas diversas ABC's nos últimos anos, e entre elas destacam-se as apelidadas de Mur e Berenger. O objectivo de qualquer uma destas ABC's é calcular uma estimativa da componente do campo que sai para o exterior da malha pré-estabelecida.

## A Fonte

Se quisermos dar início a um processo de propagação de ondas electromagnéticas teremos que estimulá-lo com um impulso. A forma como se opta pelo estímulo depende do tipo de resposta que se pretende determinar. Deste modo, se pretendermos obter uma resposta versus frequência deveremos usar como estímulo um impulso Gaussiano, pelo facto do seu espectro variar desde DC até uma frequência infinita (teoricamente). Porém, se nos interessar somente uma frequência de interesse devemos usar um impulso sinusoidal. Pode-se usar para além desses dois tipos de estímulos uma sinusóide modelada por um Gaussiano, quando se pretende uma gama de frequências específicas. Consoante o tipo de estímulo desejado, deve-se caracterizar os parâmetros.

No caso de se ter um impulso Gaussiano, pode-se escrever a seguinte equação no domínio do tempo:

$$v(t) = e^{-\alpha t^2} \quad (3.36)$$

no qual  $\alpha$  representa a atenuação. Caso se recorra às propriedades das transformadas de Fourier, pode-se exprimir a equação (3.36) no domínio da frequência da seguinte maneira:

$$V(f) = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\frac{\pi^2}{\alpha} f^2} \quad (3.37)$$

Procedendo à normalização a expressão anterior obtém-se:

$$V(f) = e^{-\frac{\pi^2}{\alpha} f^2} \quad (3.38)$$

e determinando o seu valor em  $dB$  pode-se exprimir assim:

$$V(f)_{dB} = \frac{20\pi^2 f^2}{\alpha \ln 10} \quad (3.39)$$

Se quisermos que para uma dada frequência  $f_0$ ,  $V(f_0)_{dB}$  se encontre  $x$  dB abaixo do valor máximo, então  $\alpha$  terá de ser dado por:

$$\alpha = \frac{f_0^2 \pi^2 20}{x \ln 10} \quad (3.40)$$

que é o valor usado na fórmula.

Na situação em que se tem um Gaussiano modulado por uma sinusóide obtém-se a seguinte expressão no domínio do tempo:

$$v(t) = e^{-\alpha t^2} \cdot \cos(2\pi f_0 t) \quad (3.41)$$

onde  $f_0$  é a frequência fundamental da sinusóide.

Novamente aplicando as propriedades da transformada de Fourier podemos escrever a expressão anterior no domínio da frequência da seguinte forma:

$$V(f) = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\frac{\pi^2}{\alpha}(f \pm f_0)^2} \quad (3.42)$$

Do mesmo modo se exprimirmos (3.42) em dB e se pretendemos que para que a frequência  $f$   $V(f)_{dB}$  esteja  $x$  dB abaixo do valor máximo, então  $\alpha$  terá de ser igual a:

$$\alpha = \frac{(f - f_0)^2 \pi^2 20}{4x \ln 10} \quad (3.43)$$



Supondo que  $f_h$  e  $f_l$  são as frequências extremas da banda de interesse, para as quais se pretende que a atenuação se encontre  $x$  dB abaixo, vem:

$$\alpha = \frac{(f_h - f_l)^2 \pi^2 20}{4x \ln 10} \quad (3.44)$$

Agora na situação em que se tem um estímulo sinusoidal a expressão no domínio dos tempos seria dada por:

$$v(t) = A \cos(2\pi f_0 t) \quad (3.45)$$

onde  $A$  significa a amplitude da onda (em Volt) e  $f_0$  a frequência de interesse.

É bom frisar que todos estes impulsos são impulsos de tensão. Só que mais tarde estes impulsos deverão ser definidos em termos de campo eléctrico.

## O Algoritmo

Apresentados os conceitos do método FDTD, o seu modo de funcionamento e discutidos que equações devem ser usadas, passa-se à fase de discussão da maneira como o algoritmo deverá ser implementado em ambiente computacional. Os algoritmos do método FDTD podem ser implementados em três categorias distintas: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

### Fase de pré-processamento

Inicialmente, conforme foi discutido anteriormente, é definida a grelha a usar de acordo com a estrutura a ser analisada, começando pela definição da dimensão das células e do número de células em cada dimensão. Dependendo dos valores anteriores e aplicando

a equação (3.36) pode-se calcular o *time step* a usar de maneira a que não ocorra a dispersão de resultados. Numa fase final, que é de enorme relevância, deve-se modelar a antena, ou seja, identificar as células em que se terá a antena e as que ficarão livres. Dizendo isto de outra forma, é necessário definir as constantes C e D definidas precedentemente.

### **Fase de processamento**

Esta fase é a que possui maior importância neste algoritmo, pois é nela que se desencadeia o processo de propagação de ondas electromagnéticas que finaliza ao ser alcançado o estado estacionário. Tanto é que para cada espaço de tempo  $\Delta t$ , são determinadas as três componentes do campo eléctrico em todos os pontos do domínio computacional segundo o tipo de material usado, é feita a actualização do estímulo e aplicam-se as condições fronteira. As três componentes do campo magnético são igualmente determinadas e alguns valores tidos como essenciais para o espaço de tempo posterior são armazenados, designadamente para a determinação das condições fronteira. Por fim, alguns valores resultantes deste processamento nesse instante de tempo concreto são armazenados, nomeadamente da tensão, da corrente e alguma componente do campo electromagnético que se deseje visualizar ou ter acesso posteriormente.

### **Pós-processamento**

Aqui realiza-se algum processamento que não está directamente ligado com o algoritmo, tal como o cálculo de uma FFT para se achar a impedância de entrada ou para determinar um diagrama de radiação.

A Figura 3-6 apresenta um fluxograma do algoritmo usado para implementar o método FDTD.

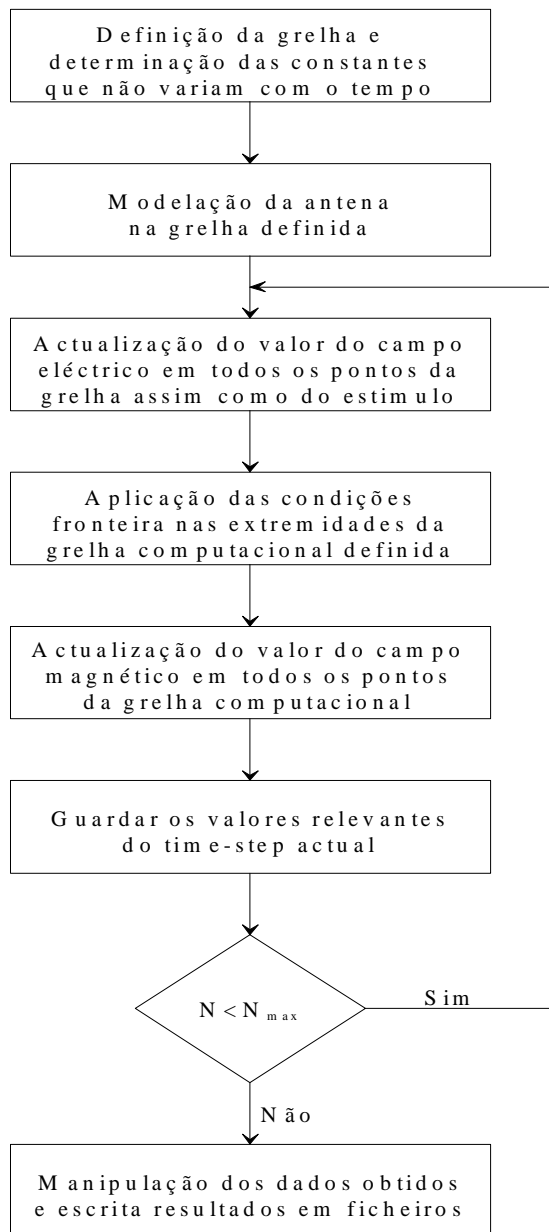


Figura 3-6 – Fluxograma do algoritmo de FDTD.

## Modelo de Fio Fino

Depois do que se relatou anteriormente, pode-se deduzir que os recursos computacionais relacionados com o método FDTD dependem fortemente do número de

células que se usa num projecto de antena. Assim sendo, quando se tem uma antena para análise com uma estrutura na qual pelo menos uma das dimensões é muito pequena comparada com as outras (por exemplo, se referirmos o caso de uma placa de espessura muito fina ou de um fio muito fino) poder-se-á estar perante um dilema. Usando células ajustadas às dimensões maiores estas não se ajustarão para modelar células de dimensões inferiores, usando células ajustadas às dimensões menores teremos um cenário em que se está a usar um número muito elevado de células e a proporcionar um esforço computacional enorme, fazendo com que o método se torne ineficiente.

Diante deste facto, foram propostas duas aproximações possíveis para solucionar o problema. Uma primeira aproximação baseia-se no uso de duas grelhas cujas dimensões sejam acomodadas às estruturas em questão. Desta forma, pode-se usar uma malha mais ajustada para analisar pequenos detalhes e uma malha mais ampliada na restante estrutura. A diligência incidiria na combinação das duas grelhas de um modo fisicamente equilibrado. Uma segunda aproximação visa a modelação de um fio, consistindo no uso de uma única malha em todo o domínio computacional, mas alterando as equações a usar nas células cuja localização seja coincidente com os elementos de tamanho reduzido em pelo menos uma dimensão. A expansão desta aproximação abrange a aplicação da lei de Maxwell na sua forma integral e não na diferencial, contudo as equações diferença podem ser obtidas facilmente sem problemas.

Posto isto, aplicando a equação de Maxwell na sua forma integral aos campos da Figura 3-7 obtém-se a equação dada da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} &= -\mu \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \vec{H} \cdot d\vec{s} \\
 [E_x(i, j+1/2, k) - E_x(i, j-1/2, k)]\Delta x + [E_y(i-1/2, j, k) - E_y(i+1/2, j, k)]\Delta y &= \\
 = \mu \frac{\partial}{\partial t} H_z(i, j, k)\Delta x\Delta y &
 \end{aligned}
 \tag{3.46}$$

Dividindo tudo por  $\Delta x \Delta y$  e aplicando diferenças finitas para aproximar a derivada e fazer o rearranjo dos obtém-se a equação adequada para ser usada.

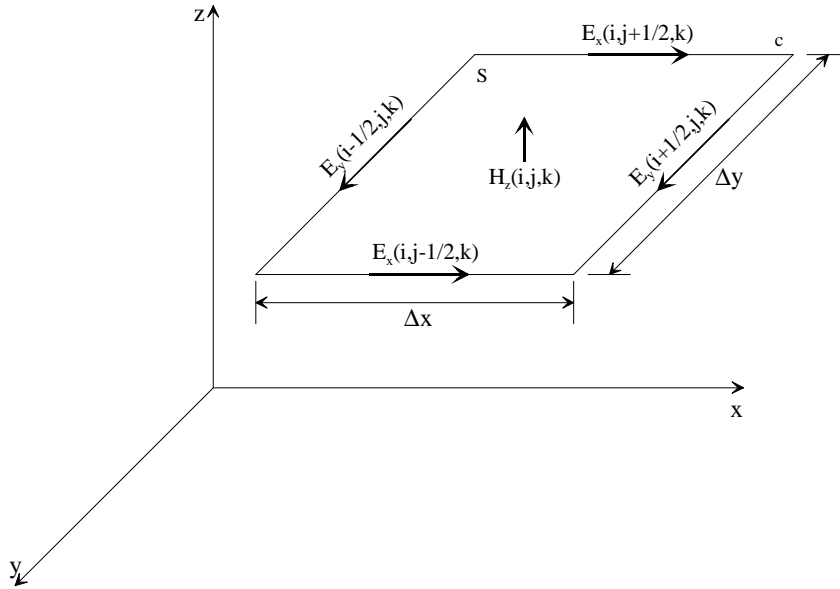


Figura 3-7 – Forma geométrica para aplicação da lei de Maxwell na sua forma integral.

De forma similar poderá ser dada como:

$$\begin{aligned}
 \oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} &= -\epsilon \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} + \iint_s \sigma \vec{E} \cdot d\vec{s} \\
 [H_x(i, j-1, k) - H_x(i, j, k)] \Delta x + [H_y(i, j, k) - H_y(i-1, j, k)] \Delta y &= \\
 = \epsilon \frac{\partial}{\partial t} E_z(i, j, k) \Delta x \Delta y + \sigma E_z(i, j, k) \Delta x \Delta y & \\
 & \quad (3.47)
 \end{aligned}$$

E tornando a executar as mesmas operações anteriores alcançar-se-ia uma equação adequada.

De seguida, passa-se a aplicação destas equações a um fio fino que se trata de uma estrutura largamente usada neste tipo de análise. Supõe-se que um fio fino é aquele que possui um raio inferior à  $0.5 \Delta x$  [13].

A Figura 3-8 ilustra a geometria que está a ser usada para um fio orientado segundo o eixo dos z, e se observarmos a estrutura apresentada nesta figura é possível notar a necessidade de se obter as equações para o  $H_y$  e para o  $H_x$  de ambos os lados do fio, notando também que nenhuma outra componente do campo exige que se façam modificações nas equações.

Partindo das aproximações depreendidas em [13], por Kunz, tem-se que:

$$\begin{aligned}
 H_y(r, j, k) &\approx H_y(i, j, k) \cdot \frac{\Delta x}{2r} \\
 E_x(r, j, k) &\approx E_x(i, j, k) \cdot \frac{\Delta x}{2r} \\
 E_z(i, j, k) &= 0, \text{ por ser um condutor} \\
 E_z(i+1, j, k), &\text{ assume-se uniforme ao longo do contorno}
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

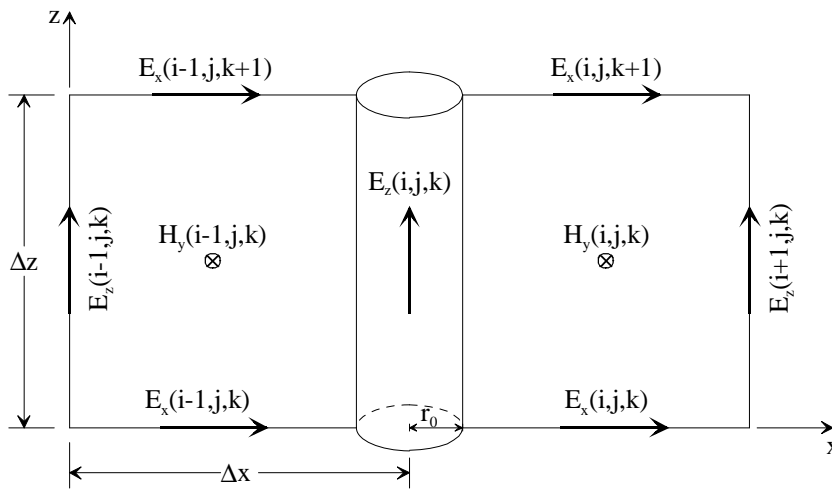


Figura 3-8 – Modelo de fio fino.

Agora se aplicarmos a lei de Maxwell ao contorno que contém os quatro valores de campo eléctrico teríamos que:

$$\begin{aligned}
& 0 + \int_{r_0}^{\Delta x} E_x(i, j, k+1) \cdot \frac{\Delta x}{2} \frac{dr}{r} - E_z(i+1, j, k) \Delta z - \int_{r_0}^{\Delta x} E_x(i, j, k) \cdot \frac{\Delta x}{2} \frac{dr}{r} = \\
& = \mu \Delta z \frac{\partial}{\partial t} \int_{r_0}^{\Delta x} H_y(i, j, k) \cdot \frac{\Delta x}{2} \frac{dr}{r}
\end{aligned}
\tag{3.49}$$

e determinados os integrais e se aproximarmos as derivadas, por diferenças finitas, obteríamos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
H_y^{n+1/2}(i, j, k) &= H_y^{n-1/2}(i, j, k) + \\
&+ \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} [E_x^n(i, j, k) - E_x^n(i, j, k+1)] + \frac{2\Delta t}{\mu \Delta z \ln\left(\frac{\Delta x}{r_0}\right)} E_z^n(i+1, j, k)
\end{aligned}
\tag{3.50}$$

Conforme foi mencionado anteriormente, associado a cada  $E_z(i, j, k)$  encontram-se associados quatro componentes de campo magnético que têm que ser determinados a cada *time step*. Para além de  $H_y^{n+1/2}(i, j, k)$ , também devem ser calculados o  $H_y^{n+1/2}(i-1, j, k)$ ,  $H_x^{n+1/2}(i, j, k)$  e  $H_x^{n+1/2}(i, j-1, k)$ . Por outro lado os valores de campo eléctrico são actualizados pelas equações conhecidas do FDTD.

## Impedância de Entrada

O método FDTD permite calcular da impedância de entrada de uma antena em função da frequência. Mas para isso tem que se introduzir a amostra da tensão de entrada e a corrente de entrada no domínio do tempo em cada *time step*. Relativamente à tensão de entrada, ela encontra-se inteiramente disponível, visto que é obtida através do estímulo que

se usa para excitar a antena. A corrente de entrada poderá ser obtida através da aproximação desenvolvida por Kunz [13], que se baseia na resolução da lei de Ampere num contorno à volta do ponto onde se encontra a fonte de alimentação da antena em causa, ou seja:

$$i(t) = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (3.51)$$

de onde se chega a:

$$i(t) = \left( H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) \right) \Delta x + \\ + \left( H_y^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}) \right) \Delta y \quad (3.52)$$

O passo seguinte consiste em calcular a transformada de Fourier de ambos os sinais para se conseguir obter a tensão e a corrente no domínio da frequência. Determinando o quociente da tensão pela corrente no domínio da frequência origina a impedância de entrada da antena em função da frequência.

$$Z_{in} = \frac{V_s(f)}{I_s(f)} \quad (3.53)$$

## Diagrama de Radiação

O cálculo do diagrama de radiação feito pelo método FDTD é diferente e mais complexo do que o do método dos momentos. No método FDTD não possível efectuar cálculos de forma directa sobre a estrutura, porque a sua forma de determinação de campo eléctrico não é feita com base na corrente. Para que seja possível calcular o campo eléctrico, é definida uma “caixa envolvente” à estrutura, que é por sua vez envolvida por um domínio computacional. Os campos eléctricos e magnéticos são calculados nas faces dessa “caixa” e a partir dela são calculadas as densidades de corrente eléctrica  $J_s$  e



magnética  $M_s$ . Através do cálculo dessas correntes é possível calcular o campo distante e, portanto, o diagrama de radiação.

Ou seja, o campo é criado no espaçamento entre a “caixa” e o domínio computacional. O domínio computacional encontra-se numa camada exterior da “caixa envolvente”. Essa “caixa” é subdividida em várias células com dimensões em forma de cubos, e em cada um desses cubos é possível calcular-se o campo eléctrico correspondente num dado ponto no espaço. Entretanto, desta forma, nesse dado ponto distante, o campo eléctrico produzido por essa estrutura é dado pelo somatório dos campos de todas as células que constituem a “caixa”.

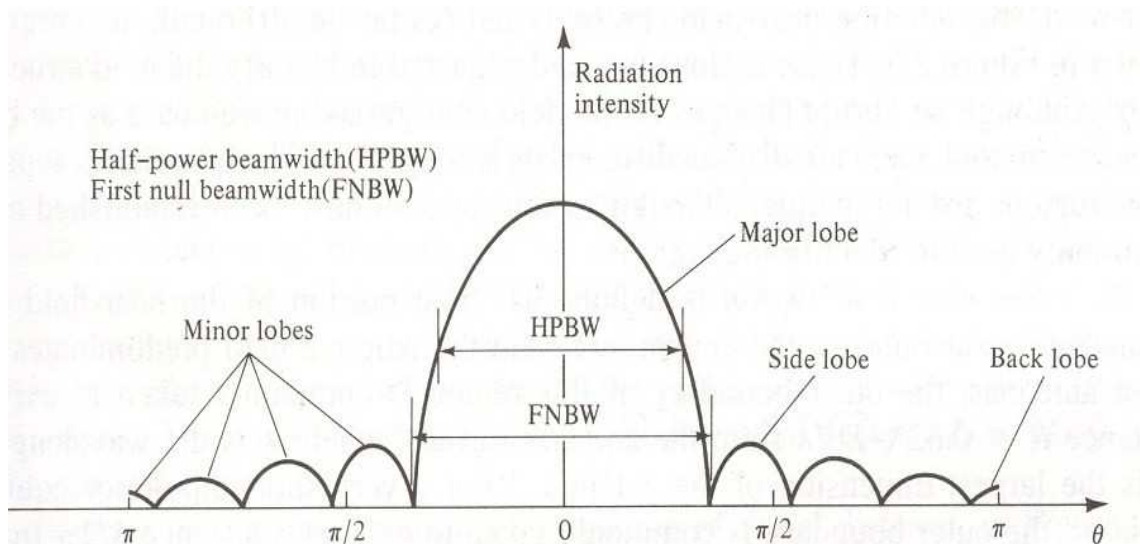


Figura 3-9 – Diagrama de radiação na forma rectangular com os lobos e largura de radiação.

Em termos de representação gráfica, este método apresenta o resultado da mesma forma que a descrita para o caso do método dos momentos. A Figura 3-9 ilustra a forma de representar o diagrama de radiação linear em que a intensidade de radiação pode ser expressa em decibéis (dB) em função dos valores do ângulo  $\theta$  (pode-se exprimir em radianos ou em graus).



## 4 COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS MoM E FDTD

O método MoM, em termos de cálculos, envolve imposição de procedimentos e sistemas de equações lineares com valores complexos. Essa técnica é aplicável no domínio da frequência. Sistemas deste tipo podem compreender dezenas de milhares de equações nas resoluções de problemas de dimensão eléctrica razoável. Enquanto ferramenta de simulação, este método é inapropriado para certos problemas de engenharia, em especial aqueles que possuem excitações de sinal do tipo pulso e fenómenos com várias transições. A solução, entretanto, passa pela necessidade de procurar uma técnica que seja aplicável no domínio do tempo e que permita que todos os dados requeridos no domínio da frequência possam ser gerados através de uma solução no domínio do tempo por meio da transformada de Fourier. Para isso, pode-se recorrer a uma técnica desenvolvida para a resolução deste tipo de problemas, que é o método FDTD.

De seguida apresentam-se alguns casos de estudo dos dois métodos, mediante simulação de alguns exemplos de antenas para efeitos de comparação e análise dos métodos.

Numa primeira fase, foram simuladas antenas filiformes (feitas com fios) tendo sido usados o *software* NEC-Pro (comercial) baseado no MoM e o FDTD Studio (não comercial) baseado no FDTD. Numa segunda fase, foram simuladas antenas impressas (*microstrip*) tendo sido usados o *software* ENSEMBLE (comercial) baseado em MoM e novamente o FDTD Studio.

Os exemplos que se seguirão terão como propósito a obtenção de alguns parâmetros de análise de antenas, tais como a impedância e o VSWR e os diagramas de radiação. Nessas simulações serão projectados alguns exemplos de dipolos simples, de agregados de um dipolo simples com elementos parasitas, uma antena YAGI e uma antena *patch*. Para a

primeira parte do estudo dos métodos dos momentos e do FDTD, são simulados exemplos simples de dipolos com fios reflectores, directores, e YAGI com algumas modificações na sua estrutura e, por fim, na segunda parte é simulado apenas um exemplo de uma patch, analisando igualmente os parâmetros anteriormente citados, e efectuado a comparação do método usando o ENSEMBLE (MoM) e o método utilizando o FDTD Studio (FDTD).

## **4.1 Análise e Apresentação de Resultados Para Antenas Filiformes**

Para um melhor entendimento do método dos momentos e do FDTD, foram simulados vários exemplos de antenas filiformes usando o *software* FDTD Studio e o NEC Pro. Com base nos resultados obtidos fez-se uma análise comparativa entre os dois métodos.

Em todos os exemplos simulados considerou-se como referência o plano YZ ( $\phi = 90^\circ$ ) e o  $\theta$  a variar entre  $(-90^\circ, 90^\circ)$ . O diâmetro do dipolo em todos os exemplos, excepto o da antena YAGI optimizada (que tem 2 mm), é de 5 mm.

Como é natural, o primeiro exemplo estudado foi um dipolo de  $\lambda/2$ , orientado segundo o eixo dos z. Os resultados obtidos pelos dois métodos foram os esperados e este exemplo serviu essencialmente para nos familiarizarmos com os dois *softwares* utilizados. De seguida passou-se ao estudo de outros exemplos mais elaborados.

### 4.1.1 Exemplo de um dipolo simples com um reflector

Tomou-se como um primeiro exemplo para a análise um dipolo simples com o comprimento de 47 cm, com um fio reflector que mede 50 cm, como mostram as Figuras 4-1 e 4-2, que foi simulado no FDTD Studio e no NEC-Pro. O dipolo curto, que funciona como uma fonte, situa-se a uma distância de 20 cm do fio reflector.

- a) Dipolo simples com um fio reflector à sua esquerda, no FDTD Studio.

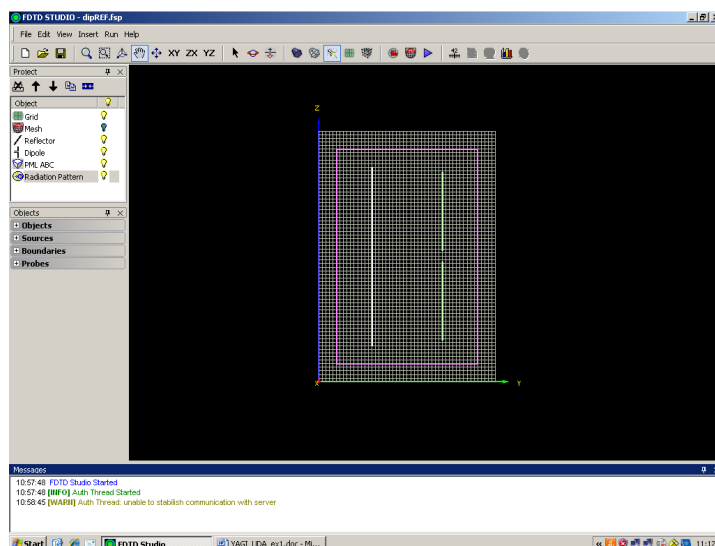


Figura 4-1 – Dipolo simples com um fio reflector (FDTD-Studio).

b) Dipolo simples com um fio refletor, no NEC-Pro.

A fonte é aplicada no dipolo, como mostra a Figura 4-2, situado à direita do eixo dos z.

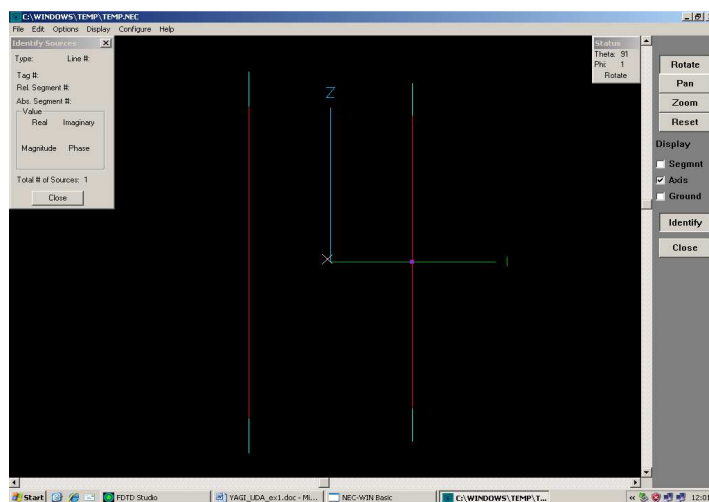


Figura 4-2 – Dipolo simples com um fio refletor (NEC-Pro).

A análise de parâmetros como a impedância, VSWR e diagrama de radiação entre os dois casos, são apresentados em termos de gráficos, sendo que os diagramas de radiação são correspondentes às frequências de ressonância e de VSWR mínimo, respectivamente. O intervalo de frequência definido compreendia valores entre 250 e 350 MHz e a frequência principal foi definida como igual a 300 MHz.

i) **Impedância:** a frequência de ressonância é de 286 MHz para NEC-Pro e 279 MHz para FDTD Studio.

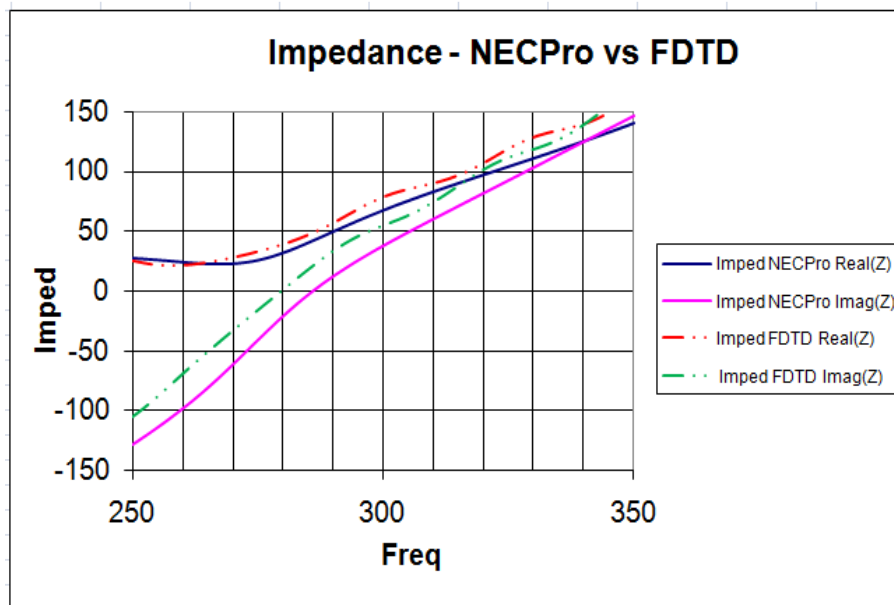


Figura 4-3 – Comparação entre impedâncias no caso do dipolo com reflector.

Como se pode observar na Figura 4-3, o valor da frequência de ressonância deste exemplo, com o dipolo curto (com fio reflector), é próximo da frequência principal que é igual a 300 MHz e acontece para o método MoM, encontrando-se o FDTD com um pequeno *shift* à esquerda. A parte real da impedância de entrada é para os dois métodos próxima de 50  $\Omega$ , quando a parte imaginária toma o valor nulo.

Desta forma, pode-se deduzir que em termos de resposta para este parâmetro, para ambos os métodos, ilustrados na alínea a) e b), usando técnicas distintas, apresentam um resultado próximo do esperado e semelhantes.

ii) **VSWR:** no NEC-Pro, a frequência para a qual o VSWR é mínimo (1,25) é de 281 MHz, e no FDTD Studio, com VSWR mínimo (1,16), é de 287 MHz.

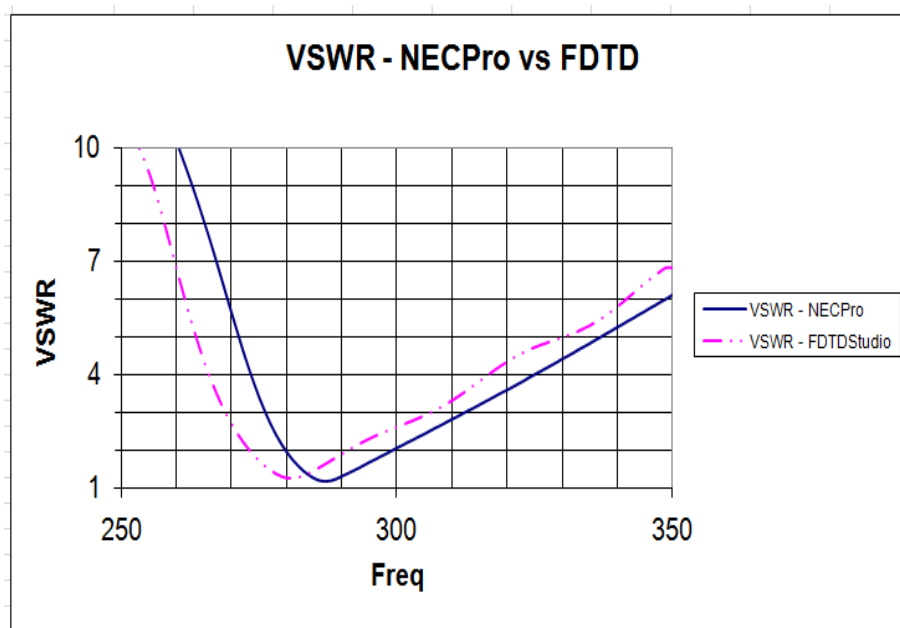


Figura 4-4 – Comparação entre VSWR no caso do dipolo com reflector.

O gráfico da Figura 4-4 mostra que os valores de VSWR mínimo são próximos de 1, o que é bastante bom em termos de resultado que se espera numa antena deste tipo. Nota-se, entretanto, que estes mínimos ocorrem para frequências próximas de 300 MHz, embora estejam ainda um pouco distante, não se alterando, portanto, a distância em frequência entre as duas técnicas.

No método MoM, verifica-se que o mínimo ocorre cerca de 10 MHz dos 300 MHz, e o FDTD a 20 MHz, invertendo o comportamento observado com a impedância de entrada. Todavia, pelas causas já justificadas no ponto i), esse afastamento apesar de ser pouco significativo pode dever-se aos factores de processamento de cálculo e ajustes de parâmetros com um número de iterações muito elevado.



Para VSWR igual a dois temos uma banda de frequências estreita que ronda os 20 MHz em ambos os métodos.

### iii) Diagramas de Radiação:

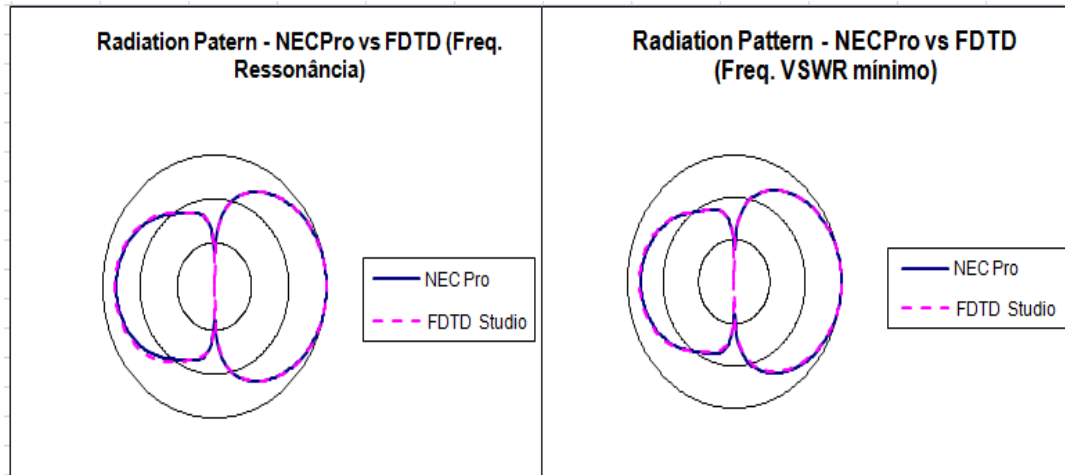


Figura 4-5 – Comparação entre diagramas de radiação no caso do dipolo com reflector.

De acordo com a Figura 4-5, verifica-se que tanto para o caso da frequência de ressonância como para o caso da frequência de VSWR mínimo, a sobreposição dos diagramas de radiação obtidos pelo método dos momentos e pelo FDTD são praticamente coincidentes.

Quanto ao comportamento da antena, segundo o plano YZ, tratando-se de uma antena com características reflectoras, o deslocamento do lobo principal é da esquerda para à direita, em direcção a  $\theta = 90^\circ$ .

### 4.1.2 Exemplo de um dipolo simples com um director

Num segundo exemplo, considerou-se um dipolo simples de 50 cm de comprimento com um fio director que mede 47 cm, como mostram a Figura 4-6 e 4-7, que foi simulado no FDTD Studio e no NEC-Pro. O dipolo comprido situa-se a uma distância de 20 cm do fio director.

- a) Dipolo simples com um fio director à sua direita, no FDTD Studio.

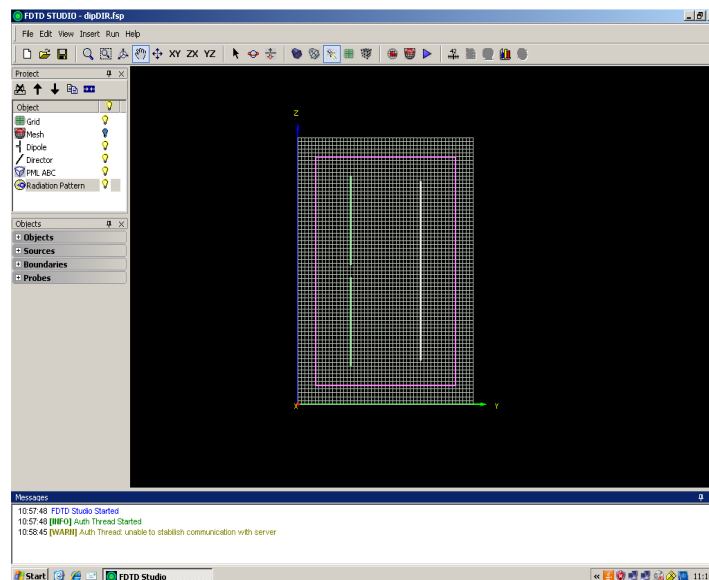


Figura 4-6 – Dipolo simples com fio director (FDTD-Studio).

b) Dipolo simples com um fio director, no NEC-Pro.

Pode-se ver na Figura 4-7 a fonte aplicada no fio (no centro deste) à esquerda do eixo dos z, que é mais longo do que o fio director situado à direita do eixo dos z.

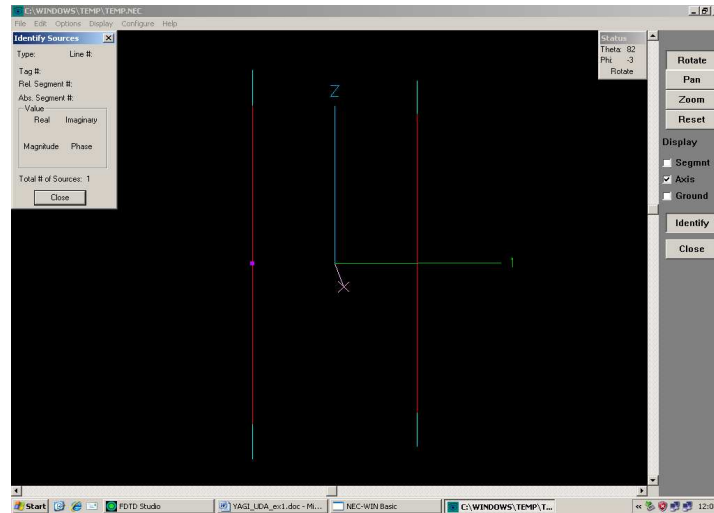


Figura 4-7 – Dipolo simples com um fio director (NEC-Pro).

Os parâmetros obtidos após as simulações para efeitos de análise são: a impedância, VSWR e diagrama de radiação. A comparação entre os dois casos é apresentada em termos de gráficos, sendo que os diagramas de radiação são correspondentes às frequências de ressonância e de VSWR mínimo, respectivamente. O intervalo de frequência definido compreendia valores entre 250 e 350 MHz.

i) **Impedância:** a frequência de ressonância é de 272 MHz para NEC-Pro e 279 MHz para FDTD Studio.

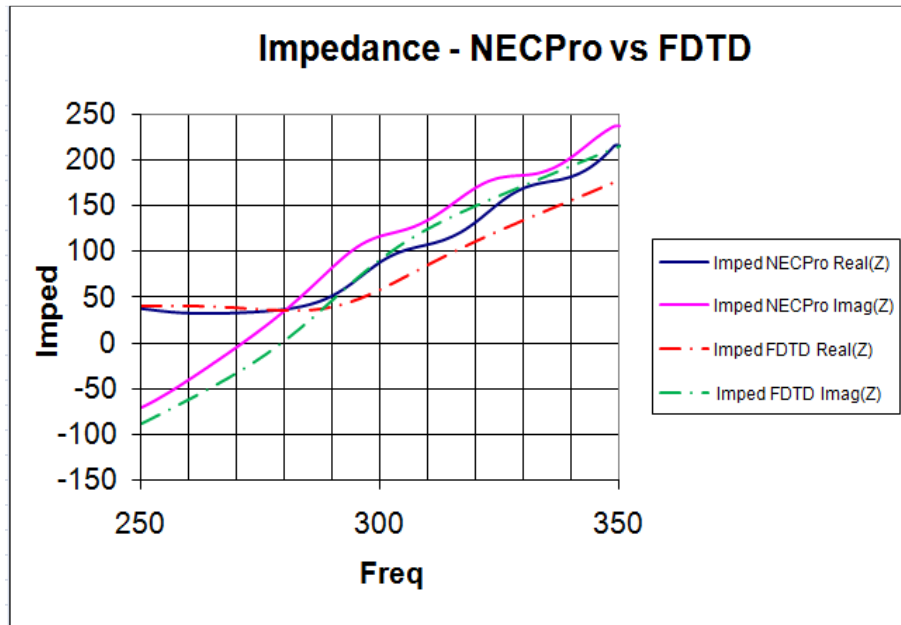


Figura 4-8 – Comparação entre impedâncias no caso do dipolo com um director.

Ao contrário do que se observou no exemplo do dipolo com um fio reflector, a impedância de entrada tem a sua parte imaginária nula, para frequência mais próxima do valor de referência (300 MHz) no FDTD, a cerca de 10 MHz. Porém, os valores da impedância de entrada para a frequência de ressonância ( $\text{Im}(Z) = 0$ ) são semelhantes em ambos os métodos, estando um pouco abaixo dos 50  $\Omega$ . O intervalo entre as frequências às quais a parte imaginária da impedância de entrada toma valor zero nos dois métodos não variou muito, comparando com o exemplo anterior.

ii) **VSWR:** no NEC-Pro, a frequência para a qual o VSWR é mínimo (1,4) é de 280 MHz, e no FDTD Studio, com VSWR mínimo (1,49), é de 272 MHz.

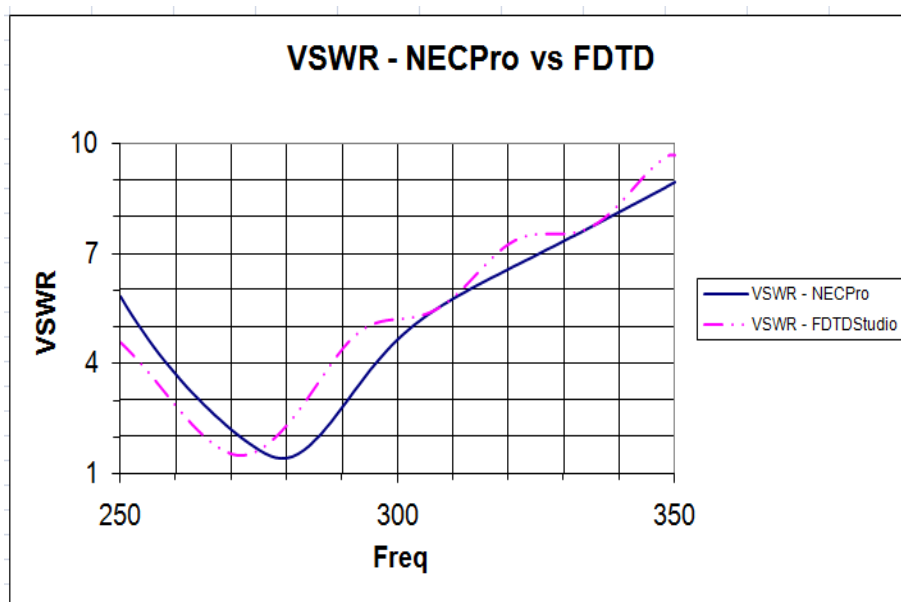


Figura 4-9 – Comparação entre VSWR no caso do dipolo com um director.

Com base nas curvas dos gráficos da Figura 4-9, constata-se que os valores do VSWR mínimo são bem próximos do valor 1, e ambos os métodos possuem valores bem próximos. Quanto às frequências às quais ocorrem esses mínimos, já não se pode justificar a origem concreta do problema, uma vez que aumentou a distância em relação ao exemplo anterior, na ordem de até aproximadamente 30 MHz da frequência principal definida (300 MHz).

Contudo, o NEC Pro que simula o método dos momentos continua a produzir um valor de frequência à qual o VSWR é mínimo mais próxima da frequência principal. As justificações técnicas para o sucedido podem ser o que foi explicado para o exemplo da antena reflectora (dipolo simples com um fio reflector).

Em termos de parâmetros de avaliação do desempenho da antena, pode-se dizer que ambos os métodos responderam da melhor forma ao valor esperado para o VSWR mínimo, e que a frequência de ressonância em ambos os casos é próxima das correspondentes para

o VSWR mínimo, porém os valores dessas frequências encontram-se ligeiramente deslocadas da que foi definida para efeito de referência. Continua-se a ter uma antena de banda estreita, observada com base nos valores de frequências para o VSWR igual a dois.

### iii) Diagramas de Radiação:

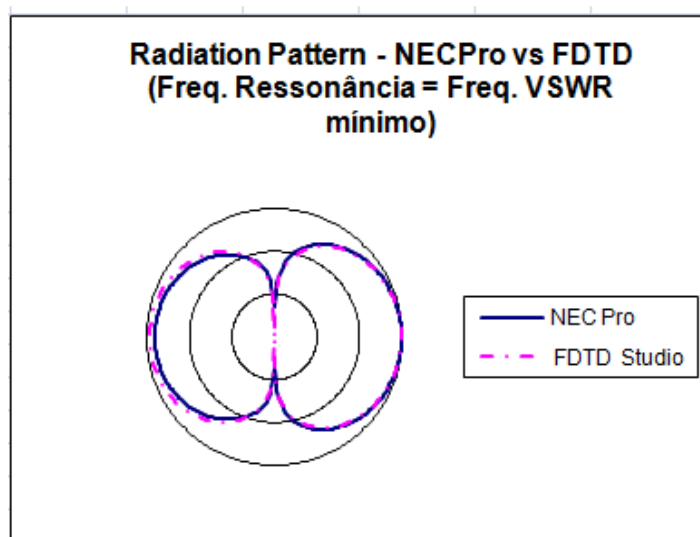


Figura 4-10 – Comparação entre diagramas de radiação no caso do dipolo com um director.

Embora os gráficos dos dois métodos quase se sobrepusessem, em termos de valores para a frequência de ressonância e para a frequência de VSWR mínimo, conforme mostra a Figura 4-10, é possível notar-se um ligeiro deslocamento do lobo principal em direcção ao fio director, lado direito do diagrama, por parte do método MoM, que melhor apresenta a resposta, apesar de a diferença ser mínima.

Analisando os diagramas obtidos, verifica-se que com o dipolo comprido, as características da antena continuam a ser observadas, uma vez que o lobo principal do lado direito do diagrama, por se tratar de um director, vai deslocar-se em direcção ao fio curto, mas o lobo principal do lado esquerdo onde se encontra a fonte (dipolo simples) é ligeiramente maior que o do exemplo anterior, correspondendo às expectativas no que diz respeito ao comportamento que se pretendia observar. Neste exemplo pôde-se mostrar que a antena é directiva.

### 4.1.3 Exemplo de uma antena YAGI com um reflector e um director

Num terceiro exemplo, fez-se uma simulação de uma antena YAGI com um fio reflector e um director, distando 20 cm entre cada um dos elementos, conforme se pode ver nas Figura 4-11 e 4-12. Esta antena foi simulada no FDTD Studio e no NEC-Pro, respectivamente. O dipolo simples (que é uma fonte) mede 47 cm, o fio reflector (à esquerda do dipolo) mede 50 cm e o fio director (à direita do dipolo simples) mede 44 cm de comprimento.

- a) YAGI com um fio reflector e um director, no FDTD Studio.

A fonte que constitui um dipolo simples ocupa a posição central da montagem e tem uma dimensão na ordem decrescente do fio reflector para o fio director, da esquerda para a direita.

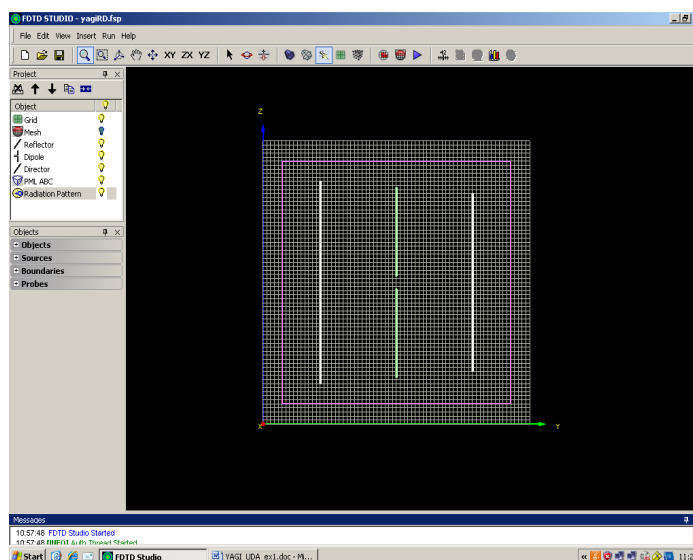


Figura 4-11 – Antena YAGI com um fio reflector e um director (FDTD-Studio).

b) Antena YAGI com um fio reflector e um director, no NEC-Pro.

Nesta montagem, como mostra a Figura 4-12, a fonte é aplicada no elemento situado no centro da montagem, mesmo sobre o eixo dos z.

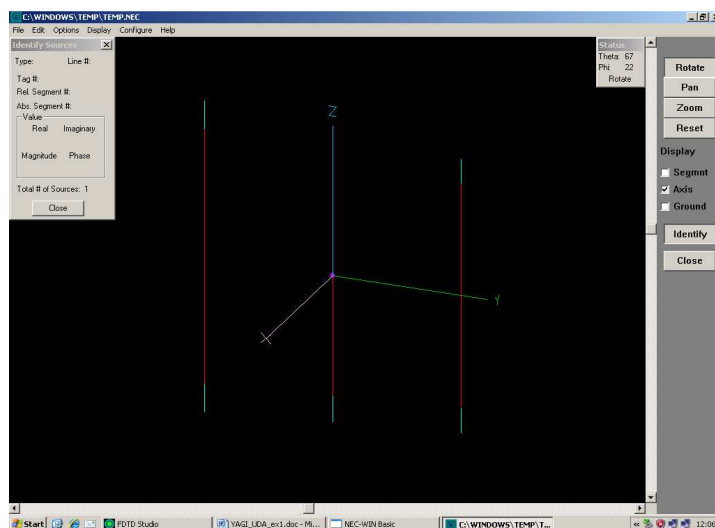


Figura 4-12 – Antena YAGI com um reflector e um director (NEC-Pro).

De modo a poder-se analisar os métodos em estudo, tomou-se em conta os seguintes parâmetros obtidos nos simuladores: a impedância, VSWR e diagrama de radiação. Para comparar os dois casos da alínea a) e b) fez-se apresentar em gráficos os resultados obtidos, para cada um dos parâmetros, sendo que os diagramas de radiação são correspondentes às frequências de ressonância e de VSWR mínimo, respectivamente. O intervalo de frequência considerado nas simulações variou entre 250 e 350 MHz.



i) **Impedância:** a frequência de ressonância é de 294 MHz para NEC-Pro e 287 MHz para FDTD Studio.

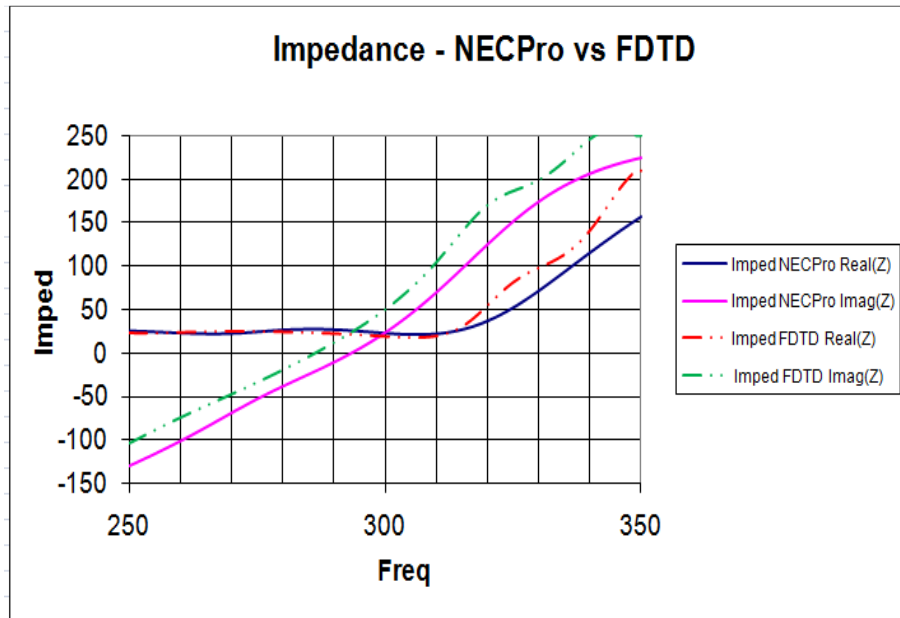


Figura 4-13 – Comparação entre impedâncias no caso de uma antena YAGI com um refletor e um director.

Como era de esperar, este exemplo tem como objectivo observar a melhoria dos resultados verificados nos exemplos de uma antena reflectora e directora. Com a colocação de um fio reflector à esquerda e um director à direita do dipolo simples, as frequências de ressonância aproximaram-se do valor de referência. Segundo os resultados obtidos e apresentados no gráfico da Figura 4-13, o método MoM foi aquele que teve o melhor resultado, uma vez que a frequência de ressonância é de 294 MHz, bem próximo do esperado. Mesmo assim, a frequência para o método FDTD quando  $\text{Im}(Z)$  é nulo melhorou significativamente em relação ao que se observava nos exemplos anteriores.

As curvas do gráfico da impedância calculadas por ambos os métodos encontram-se de um modo geral bem próximas neste exemplo.

ii) **VSWR:** no NEC-Pro, a frequência para a qual o VSWR é mínimo (1,94) é de 292 MHz, e no FDTD Studio, com VSWR mínimo (2,16), é de 285 MHz.

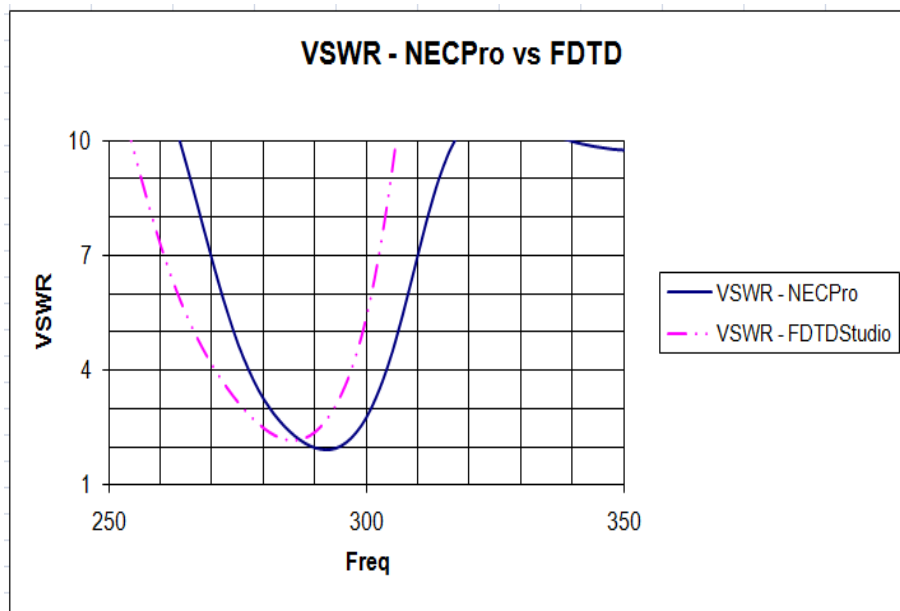


Figura 4-14 – Comparação entre VSWR no caso de uma antena YAGI com um refletor e um director.

Na situação apresentada na Figura 4-14 sobre a comparação entre o VSWR deste exemplo, usando dois métodos, continua-se a observar uma proximidade do valor da frequência no caso do MoM, usando o simulador NEC Pro, com o valor de referência que é igual a 300 MHz. Entretanto, embora se encontre ainda distante comparando com o método MoM, o método FDTD mantém o seu intervalo em frequências com o método MoM.

Mas o melhoramento em termos de frequência de ressonância, com a introdução de uma montagem de projecto de antena YAGI com um director, contraria o afastamento dos valores de VSWR mínimos dos dois métodos. Nas duas situações tem-se que este valor é próximo de 2, sendo que o correspondente ao MoM é ligeiramente inferior e o ao FDTD um pouco acima de 2. De qualquer modo, trata-se de valores aceitáveis e encontram-se dentro da gama, apenas com uma margem mínima acima daquilo que se esperaria com este tipo de antena.

### iii) Diagramas de Radiação:

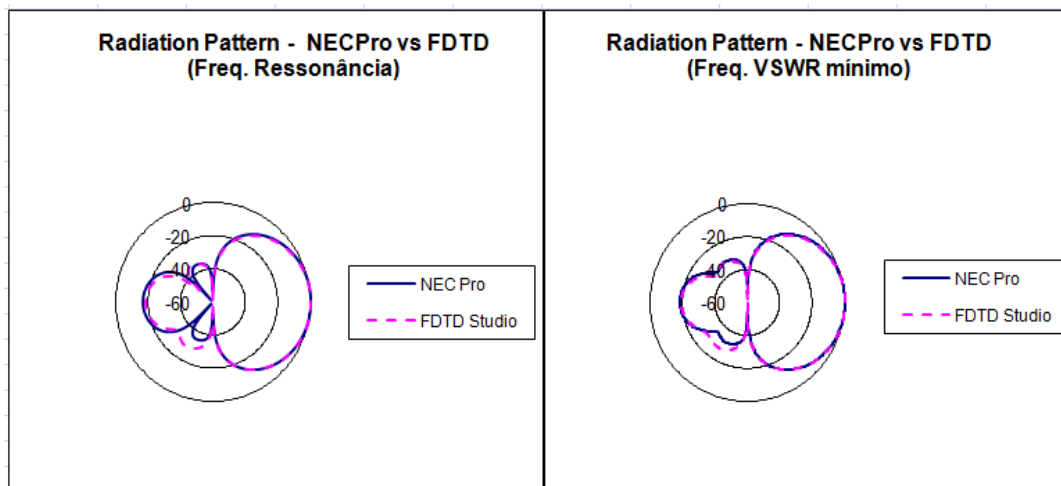


Figura 4-15 – Comparação entre diagramas de radiação no caso de uma antena YAGI com um director e um reflector.

Olhando para os dois diagramas da Figura 4-15, que têm a sobreposição às curvas nos dois simuladores, constata-se logo que a técnica do MoM apresenta melhor resultado, apesar de existir uma diferença mínima entre os dois. Neste exemplo de antena YAGI, com base no projectado nas Figura 4-11 e 4-12, em que se tem um fio reflector à esquerda do dipolo, vai-se ter um lobo bastante pequeno (próximo dos -20 dB, devido à reflexão das ondas electromagnéticas), com o surgimento de pequenos lobos secundários ao centro e deslocando-se para  $\theta = 90^\circ$  (para a direita) do diagrama (segundo o plano definido inicialmente), onde o lobo principal é maior e corresponde ao comportamento directivo do fio director que se situa à direita do dipolo.

Para o diagrama que se encontra do lado esquerdo da Figura 4-15, respeitante ao diagrama de radiação para a frequência de ressonância, verifica-se uma pequena diferença em relação ao diagrama do FDTD, junto ao centro da antena, onde se posiciona o dipolo, que não acompanha da melhor forma a tendência do gráfico. Já no diagrama apresentado no lado direito desta mesma figura, que é referente a frequência para o VSWR mínimo, as

semelhanças são bem evidentes, obtendo-se assim, um diagrama com a forma dos lobos próximos do que se esperava.

#### 4.1.4 Exemplo de uma antena YAGI com um reflector e três directores

Num quarto exemplo, considerou-se uma antena YAGI com um fio reflector e três directores, que são representados nas Figuras 4-16 e 4-17, que foi simulada no FDTD Studio e no NEC-Pro. A fonte que é definida como um dipolo simples tem 47 cm de comprimento, o reflector um pouco mais longo mede 50 cm e três directores medem 44 cm. A distância entre todos os elementos que compõem a antena YAGI é igual a 20 cm.

- a) Antena YAGI com um fio reflector e três fios directores, no FDTD Studio.

A antena YAGI tem ao todo cinco elementos, contando a partir da esquerda, com um fio reflector, seguido de um dipolo simples (que actua como a fonte), que tem à sua direita três fios directores com o mesmo comprimento.

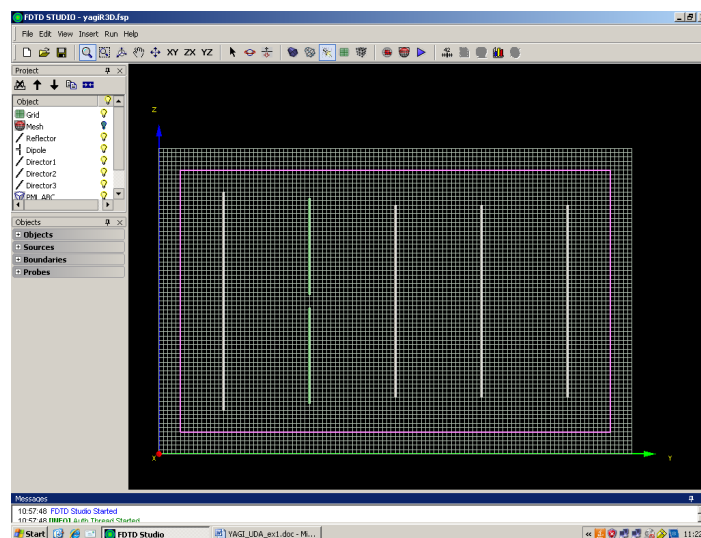


Figura 4-16 – Antena YAGI com um fio reflector e três directores (FDTD-Studio).

- b) Antena YAGI com um fio reflector e três directores, no NEC-Pro.

A fonte aplicada ao fio pode ser vista no segundo elemento da antena YAGI, contando da esquerda para a direita na Figura 4-17. O terceiro elemento, um dos fios director, está sobreposto ao eixo dos z. A ordem pela qual se encontram distribuídos os cinco elementos ao longo do eixo dos y é idêntica à montagem do caso FDTD Studio.

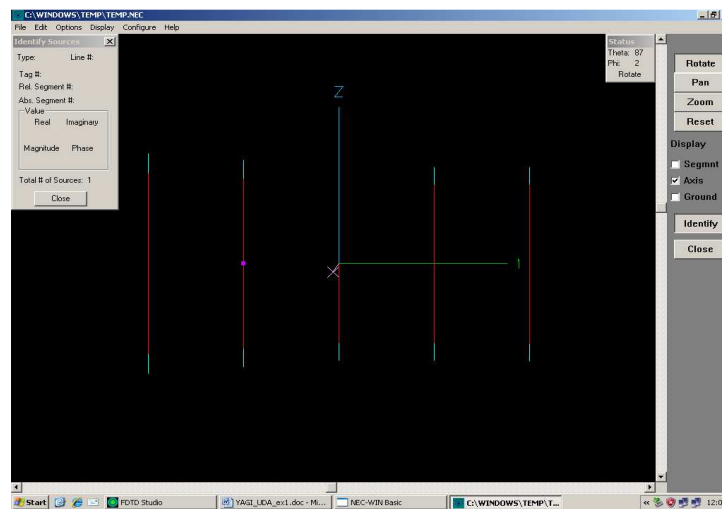


Figura 4-17 – Antena YAGI com um fio reflector e três directores (NEC-Pro).

Foram tidos em conta alguns parâmetros importantes para analisar as características das antenas simuladas tais como: a impedância, VSWR e diagrama de radiação. Para efeitos de comparação entre os dois casos apresentam-se os respectivos gráficos, sendo que os diagramas de radiação são correspondentes às frequências de ressonância e de VSWR mínimo, respectivamente. O intervalo de frequência que se definiu para as simulações variava na gama de 250 a 350 MHz.

i) **Impedância:** a frequência de ressonância é de 294 MHz para NEC-Pro e 286 MHz para FDTD Studio.

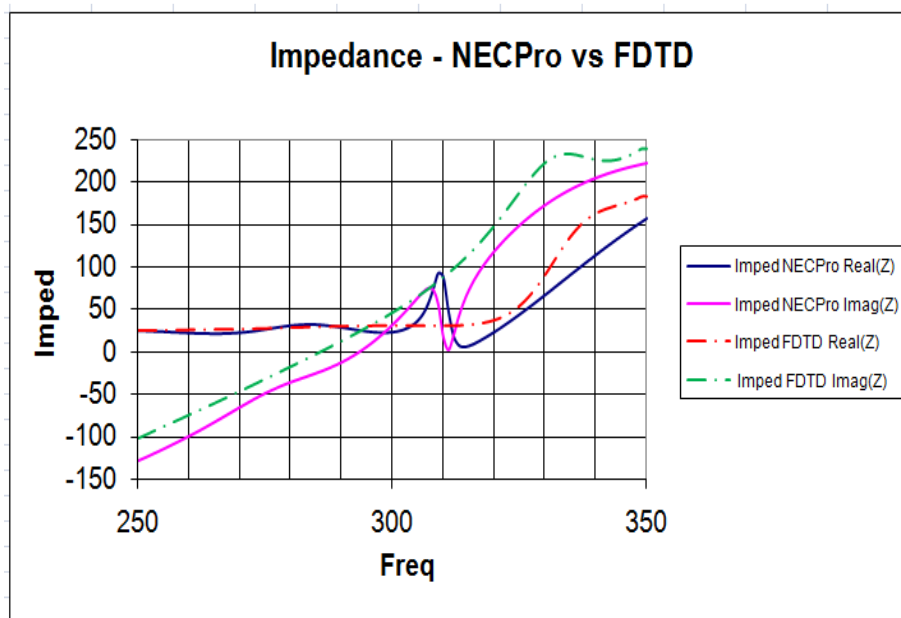


Figura 4-18 – Comparação entre impedâncias no caso de uma antena YAGI com um refletor e três directores.

Em termos de frequência de ressonância, comparando com o exemplo anterior (da antena YAGI com um refletor e um director), houve um curto melhoramento em cerca de 2 e 1 MHz, respectivamente, para o método MoM e FDTD, conforme se constata na Figura 4-18.

O NEC Pro foi o simulador que apresentou um resultado com o valor próximo da frequência de referência, enquanto o simulador FDTD Studio calculou o valor da impedância de entrada, para  $\text{Im}(Z) = 0$ , para uma frequência dista há cerca de 10 MHz da frequência principal. Em todo o caso, são resultados aceitáveis em qualquer dos cenários, tomando em conta os erros associados aos *softwares* de implementação e incrementos de atrasos no processamento de dados e cálculos de operações complexas, especialmente o FDTD Studio.

Em comparação com o valor da impedância de entrada correspondente à frequência de ressonância, verificou-se que em duas técnicas o valor é aproximado e cerca de  $25 \Omega$ , tal como se viu no exemplo anterior.

ii) **VSWR:** no NEC-Pro, a frequência para a qual o VSWR é mínimo (1,83) é de 290 MHz, e no FDTD Studio, com VSWR mínimo (1,71), é de 286 MHz.

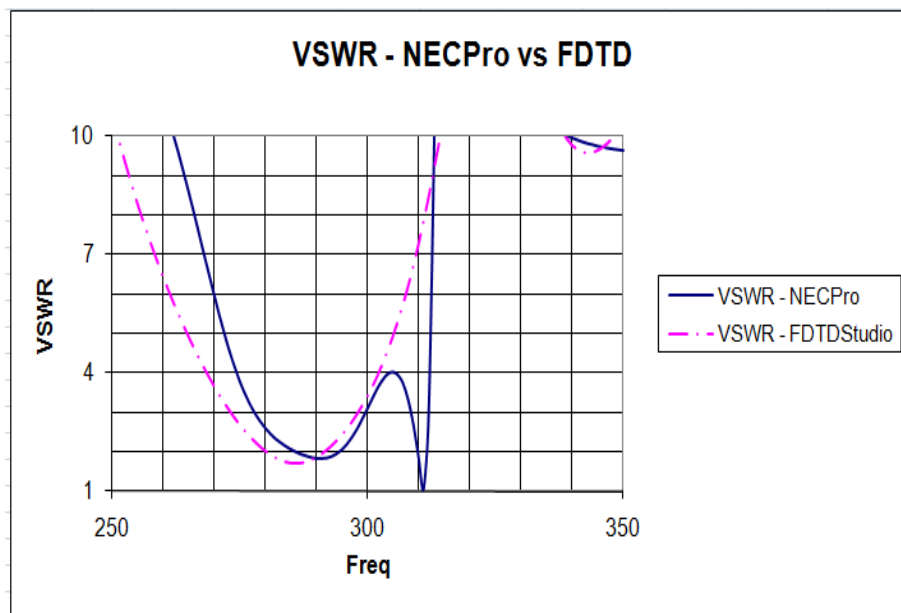


Figura 4-19 – Comparação entre VSWR no caso de uma antena YAGI com um reflector e três directores.

Segundo o gráfico da Figura 4-19, verifica-se que o valor de VSWR mínimo para o método MoM continuou a ocorrer mais próximo da frequência de referência (300 MHz) em comparação com o FDTD, apesar de o seu valor ser ligeiramente superior ao do obtido pelo FDTD e estar bem mais perto de 2. A distância em termos de frequência ainda é de cerca de 10 MHz, mas observou-se um encurtamento entre os valores dos dois métodos.

Neste exemplo, de uma antena YAGI composta por um reflector e três directores, com base no que se observa no gráfico de VSWR, vê-se que este melhorou para o método FDTD, que tem o seu valor de VSWR mínimo mais reduzido e acontece para uma

frequência um pouco superior (próximo do valor de referência), ao invés do que se verificou com o método MoM, que teve o VSWR mínimo numa frequência mais afastada do valor de referência. Pode-se verificar que apesar deste pormenor o valor de VSWR também diminuiu em MoM, embora não tanto no FDTD. A partir da gama de frequências para as quais o VSWR é igual a dois, pode-se deduzir que se trata de uma antena de banda estreita.

Contudo, os valores nos dois cenários encontram-se abaixo do valor 2, o que se pode deduzir que apesar de algumas oscilações apresentadas no gráfico, na gama de interesse os resultados produzidos não foram afectados.

### iii) Diagramas de Radiação:

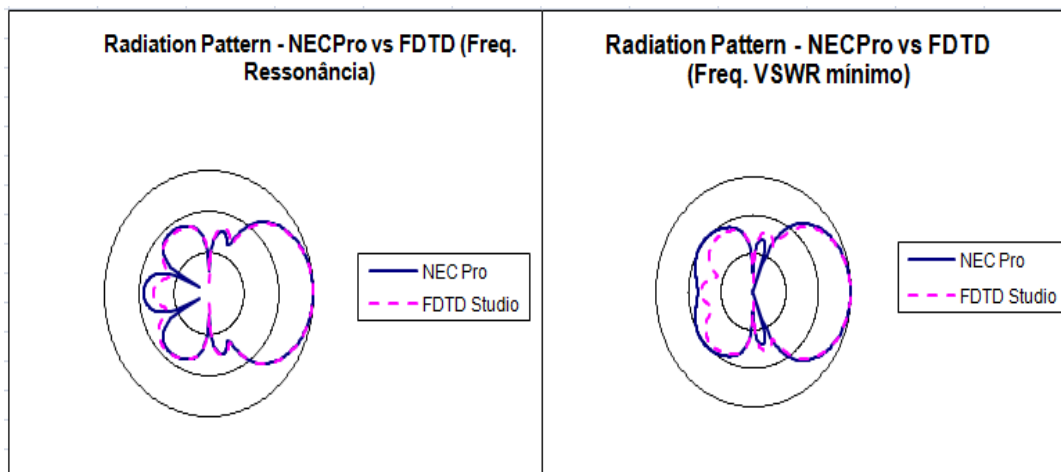


Figura 4-20 – Comparação entre diagramas de radiação no caso de uma antena YAGI com um reflector e três directores.

Com base nos diagramas obtidos usando o método MoM e o FDTD, conforme mostra a Figura 4-20, observa-se que em ambas as situações (da frequência de ressonância e VSWR mínimo) o lobo principal encontra-se próximo de  $\theta = 90^\circ$ , à direita, onde se encontram os directores. Em termos de lobo ilustrado na parte direita do diagrama,



correspondente à região onde se encontra o reflector, nota-se um pequeno afastamento e um formato diferente entre os dois métodos.

O método MoM mostra um diagrama dentro daquilo que se esperava para o modelo de antena simulado, enquanto o método FDTD não. O lobo correspondente ao diagrama do FDTD possui uma forma pouco coerente nos traçados no lobo da região mais próxima do fio reflector, e não possui dois lobos secundários na parte central do diagrama. Isso demonstra que o método FDTD não tem correspondido satisfatoriamente às simulações de antenas como se desejaria.

#### **4.1.5 Exemplo de uma antena YAGI otimizada**

Num quinto exemplo, simulou-se no FDTD Studio e no NEC-Pro uma antena YAGI otimizada (ver as Figuras 4-21 e 4-22). O diâmetro dos fios neste exemplo foi de 2 mm. Por uma questão de simplicidade, adiante, neste exemplo, o dipolo simples será designado apenas por fonte.

Descrevendo os elementos que compõem a antena YAGI otimizada da Figura 4-21 e 4-22, partindo da esquerda para a direita, tem-se o seguinte: um reflector (o primeiro elemento) que mede 54 cm e dista 16 cm da fonte; uma fonte (um dipolo simples) que mede 49 cm; um director (o primeiro seguido a fonte) que mede 43,5 cm e se encontra posicionado a 25 cm da fonte; um director (o segundo) que mede 54,6 cm e dista 36 cm da fonte; um director (o terceiro) que mede 47,8 cm e dista 58 cm da fonte; e um director (o último) que mede 43 cm de comprimento e se encontra a 80 cm da fonte.

- a) Antena YAGI otimizada, implementada no FDTD Studio.

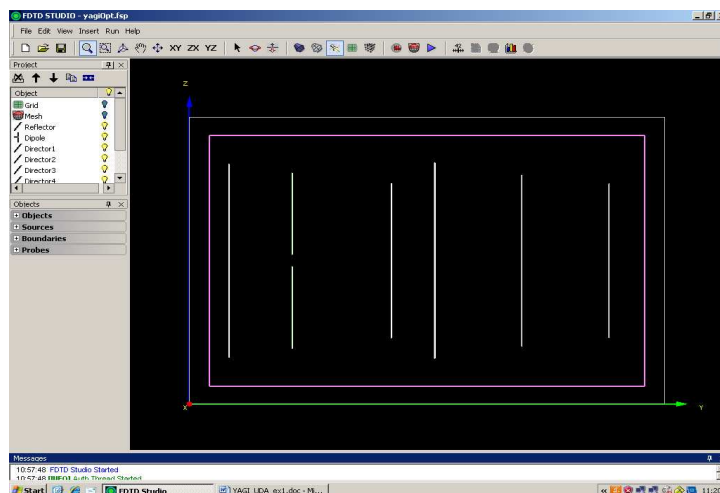


Figura 4-21 – Antena YAGI otimizada (FDTD-Studio).

- b) Antena YAGI otimizada, implementada no NEC-Pro.

Da Figura 4-22, abaixo ilustrada, pode-se observar a fonte aplicada no segundo elemento (que corresponde ao dipolo simples) a contar da direita para a esquerda.

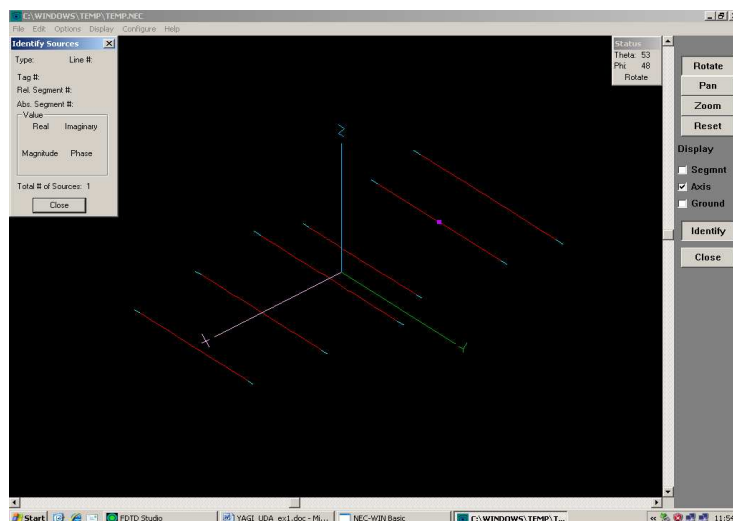


Figura 4-22 – Antena YAGI otimizada (NEC-Pro).

Para que se possa fazer a análise do desempenho dos dois métodos, foram escolhidos parâmetros relevantes na medição de antenas tais como a impedância, VSWR e diagrama de radiação. Os resultados obtidos em simulações são apresentados em gráficos para uma melhor observação e comparação entre os dois métodos em estudo. Para o traçado dos diagramas de radiação, foram considerados os valores de frequência correspondentes às frequências de ressonância e de VSWR mínimo, respectivamente. A gama de frequências definida para simular este exemplo situava-se entre 250 e 350 MHz.

i) **Impedância:** a frequência de ressonância é de 275 MHz para NEC-Pro e 270 MHz para FDTD Studio.

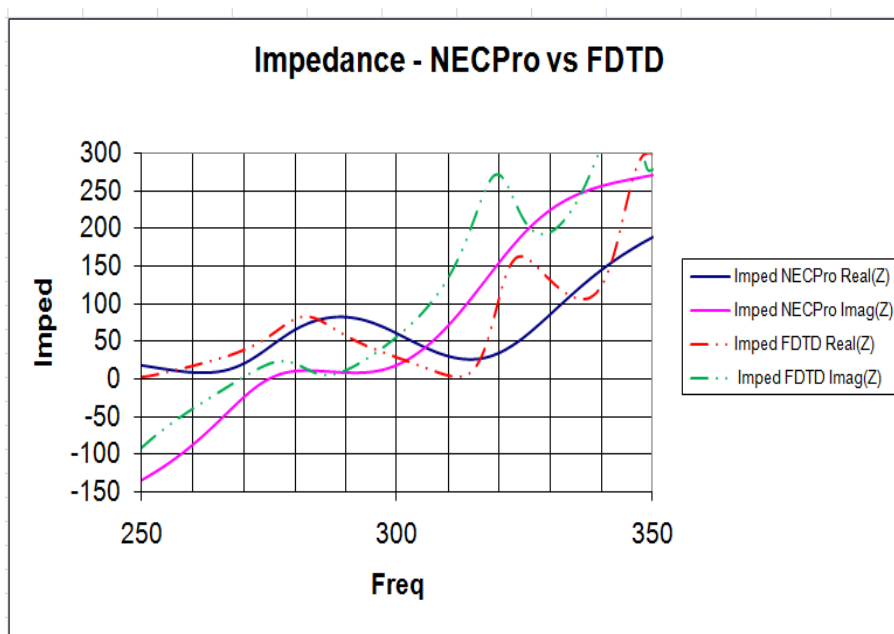


Figura 4-23 – Comparação entre impedâncias no caso da antena YAGI otimizada.

Relativamente ao gráfico de impedâncias da antena YAGI otimizada, representado na Figura 4-23, observa-se que os valores para os quais a parte imaginária da impedância de entrada é nula afastam-se muito do valor de referência definido ao princípio. Estes valores distam até perto de 25 MHz para o MoM e 30 MHz para o FDTD, o que é

considerável. Esses resultados tornam-se um pouco complicado de se explicar porque tanto num simulador como no outro, as diferenças não parecem ser tão grandes. Embora o resultado seja melhor para o método dos momentos, não deixa de ser curioso que o comportamento seja assim tão longe daquilo que se propunha inicialmente, e que duma maneira geral não se justificava a tamanha diferença em relação ao valor da frequência principal.

Neste exemplo, os valores da impedância de entrada para  $\text{Im}(Z)$  igual a zero são próximos de 50  $\Omega$ , o que implica que o resultado está dentro do desejável e que o traçado dos valores calculados é aceitável, tirando claro o facto desse “*shift*” em frequência ocorrer com muita incidência em todos os exemplos simulados.

ii) **VSWR:** no NEC-Pro, a frequência para a qual o VSWR é mínimo (1,10) é de 276 MHz, e no FDTD Studio, com VSWR mínimo (1,26), é de 271 MHz.

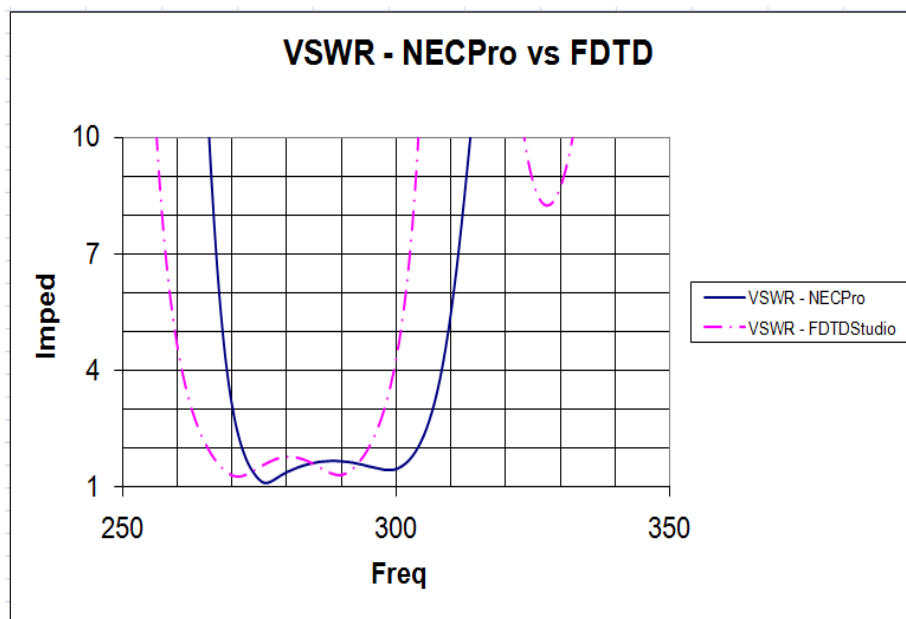


Figura 4-24 – Comparação entre VSWR no caso da antena YAGI otimizada.

Este exemplo mostra a forma como durante algumas frequências o valor de VSWR permanece dentro da gama entre 1 e 2, até perto da frequência de referência, os tais 300

MHz. Este comportamento permite projectar antena com características “melhoradas” que têm funcionalidades em algumas aplicações em propagação de ondas electromagnéticas. Desta forma, consegue-se ter uma banda bastante larga numa faixa de frequência bem definida.

Em ambos os cenários, observa-se, entretanto, a ocorrência do valor do VSWR mínimo distante da frequência de referência, embora os valores fossem próximos de 1. As formas das curvas são semelhantes, mas o método MoM é o que possui um resultado mais próximo do expectável.

Observando a Figura 4-24 pode-se notar que a largura de banda aumentou consideravelmente. Este tipo de adaptação de uma antena numa banda larga de frequências é muito importante, principalmente se tiver um VSWR pequeno numa banda mais extensa. Uma vez que uma antena YAGI normal tem uma largura de banda relativamente estreita, na ordem dos cinco por cento, é conveniente alterar o modelo original fazendo uma optimização no mesmo, de modo a ter uma dada largura de banda. Isto pode-se fazer com recurso a outras características como o incremento do nível dos lobos secundários ou redução do ganho.

### iii) Diagramas de Radiação:

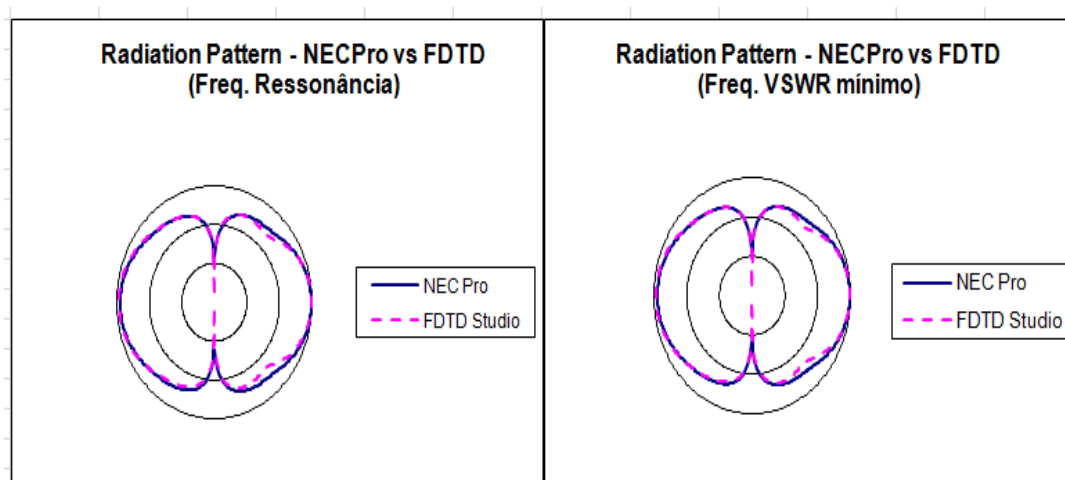


Figura 4-25 – Comparação entre diagramas de radiação no caso da antena YAGI optimizada.

As curvas dos diagramas de radiação observadas na Figura 4-25 permitem constatar que em ambos os métodos os resultados são coincidentes, apesar de a antena otimizada ter deixado de comportar-se como uma antena YAGI (do exemplo 4.1.4) e passou a ter um comportamento de um dipolo. Portanto, melhorando a banda de frequências (obtendo uma banda mais alargada) através dos valores de VSWR mínimo, perde-se consequentemente a directividade.

#### **4.1.6 Exemplo de uma antena YAGI com um dipolo dobrado implementada com fios e cilindros**

Para um sexto exemplo, foi simulada uma antena YAGI com o dipolo dobrado, segundo mostram a Figura 4-26, 4-27 e 4-28. Usaram-se dois simuladores, o FDTD Studio e o NEC-Pro, para implementar esta antena e comparar os resultados obtidos por dois métodos (MoM e FDTD). Mas para uma melhor percepção dos resultados obtidos, foi ainda acrescentado um exemplo de antena medido cujo resultado será sobreposto ao do exemplo da alínea a). Neste exemplo foi definida como frequência de referência o valor de 800 MHz.

Na implementação do modelo desta antena YAGI, seja com fios ou cilindros, foram introduzidos os dados correspondentes a uma antena física disponibilizada no laboratório. A antena YAGI tem ao todo cinco elementos, um reflector, três directores, sendo o elemento alimentado um dipolo dobrado.

Contando da esquerda para a direita, definiram-se os seguintes elementos:

1º: um reflector com 18 cm de comprimento;

- 2º: um dipolo dobrado constituído por quatro elementos, um dipolo alimentado e um fio paralelo a este dipolo à distância de 1 cm, com dois fios a uni-los. O dipolo alimentado e o fio têm 16,4 cm de comprimento e situam-se a 7,3 cm do reflector;
- 3º: primeiro director que mede 16 cm e situa-se a 14,6 cm do reflector;
- 4º: segundo director que mede 15 cm e situa-se a 21,9 cm do reflector;
- 5º: terceiro director que mede 16 cm e situa-se a 40 cm do reflector;

a) Antena YAGI com dipolo dobrado implementada com fios, no FDTD Studio.

Na Figura 4-26 é possível observar-se a YAGI dentro do domínio computacional, blindada por uma malha e uma grelha que se divide em células.

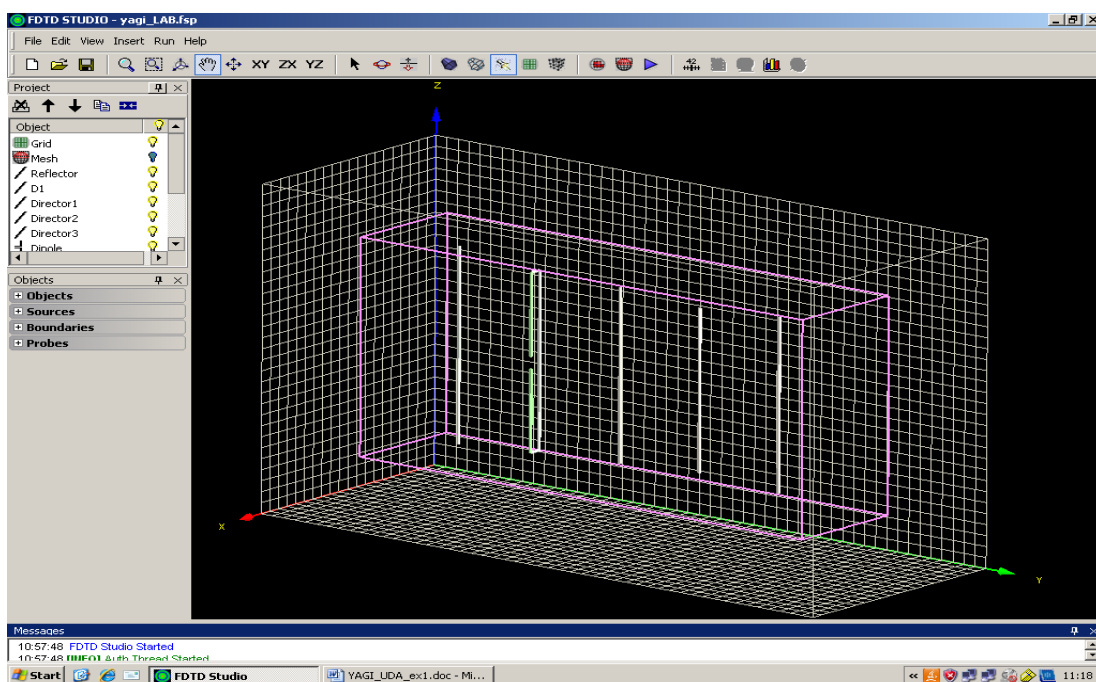


Figura 4-26 – Antena YAGI com dipolo dobrado implementada com fios (FDTD-Studio).

b) Antena YAGI com dipolo dobrado implementada com fios, no NEC-Pro.

Na Figura 4-27 pode-se ver a fonte aplicada no elemento (dipolo) que se encontra mais à frente que os restantes, segundo o eixo dos y.

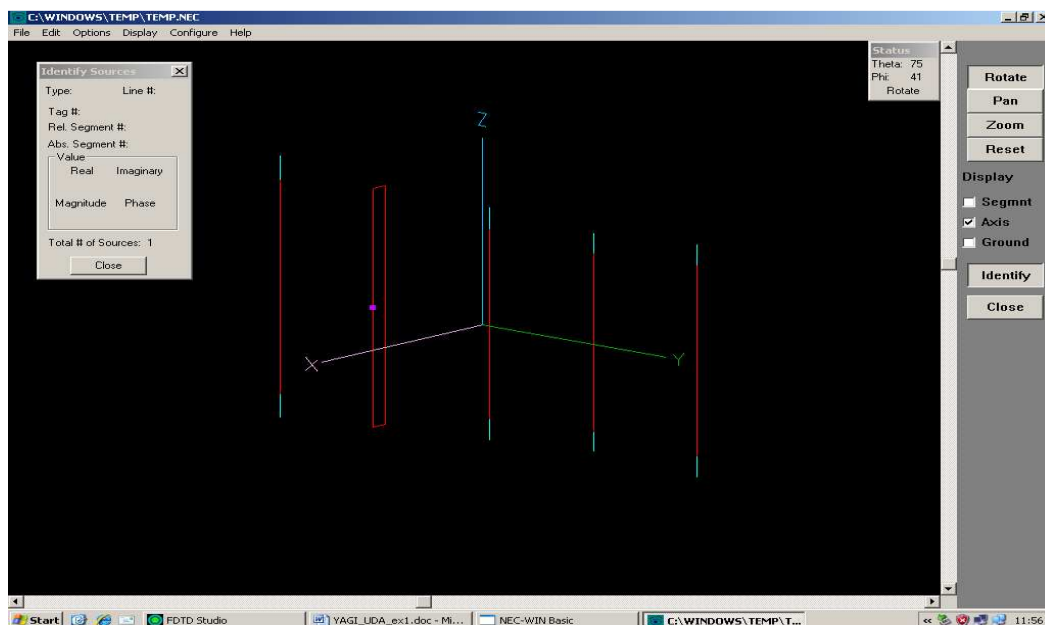


Figura 4-27 – Antena YAGI com dipolo dobrado implementada com fios (NEC-Pro).

c) Antena YAGI com dipolo dobrado implementada com cilindros, no FDTD Studio

Neste exemplo, a descrição dos elementos é idêntica à da alínea a), com a particular diferença de terem sido implementados com cilindros em vez de fios.



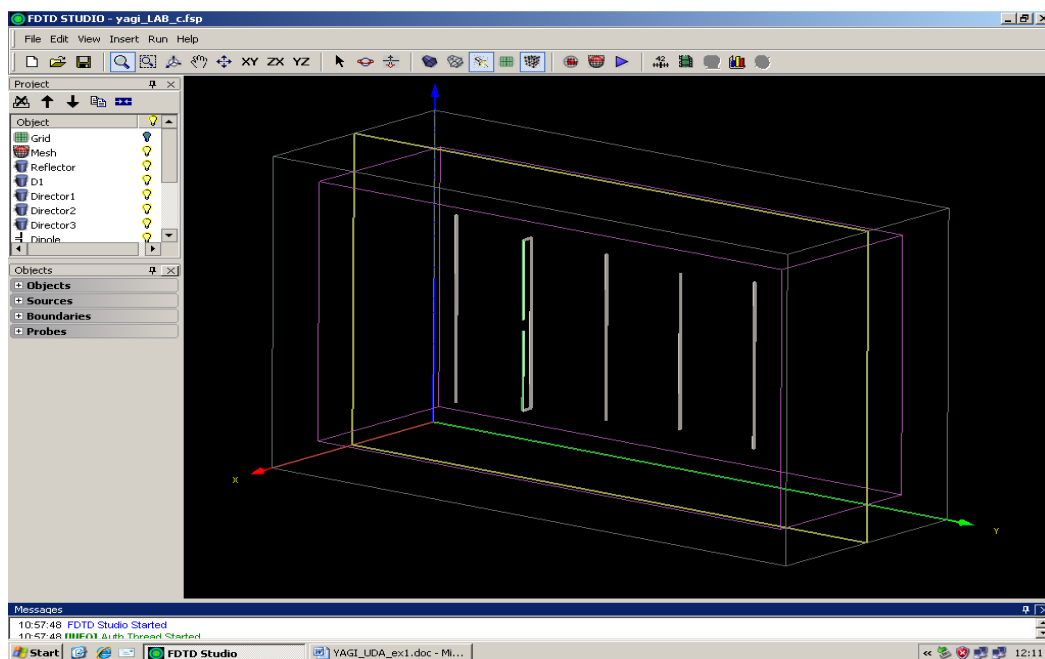


Figura 4-28 – Antena YAGI com dipolo dobrado implementada com cilindros (FDTD-Studio).

Para se analisar os parâmetros medidos após as simulações dos exemplos ilustrados nas Figuras das alíneas a), b), c) e do medido, apresentam-se os gráficos com a comparação: da impedância, do VSWR e do diagrama de radiação. A comparação entre os quatro casos é apresentada em termos de gráficos, sendo que os diagramas de radiação são correspondentes às frequências de ressonância e de VSWR mínimo, respectivamente, para cada exemplo. O intervalo de frequência definido compreendia valores entre 750 e 900 MHz.

i) **Impedância:** a frequência de ressonância é de 810 MHz para NEC-Pro; no FDTD Studio, a frequência de ressonância da antena YAGI com fio é de 788 MHz, de

acordo com os dados medidos é de 801 MHz, e com cilindro é de 785 MHz para FDTD Studio.

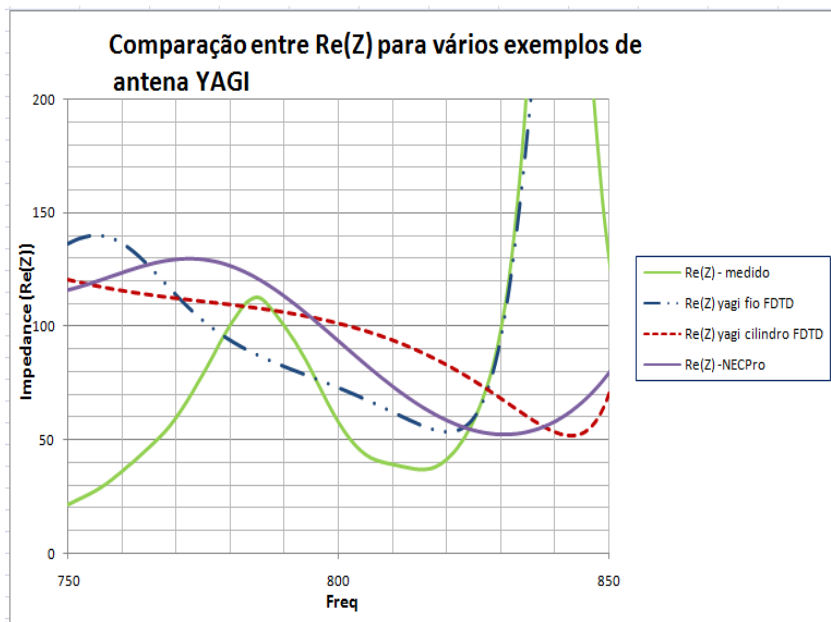


Figura 4-29 – Comparação entre  $\text{Re}(Z)$  dos vários exemplos de antena YAGI.

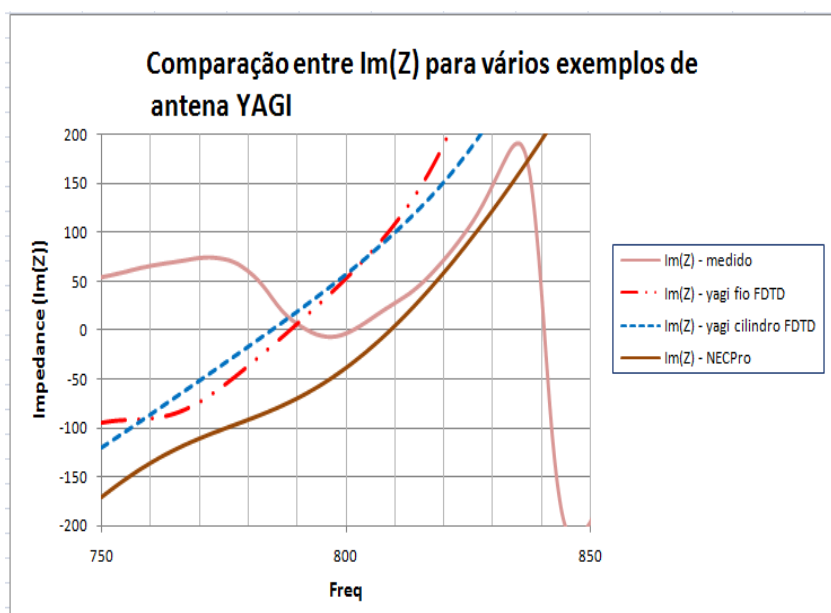


Figura 4-30 – Comparação entre  $\text{Im}(Z)$  dos vários exemplos de antena YAGI.

Comparando os gráficos das impedâncias representados nas Figuras 4-29 e 4-30 dentre os 4 cenários propostos (nesta parte de análise de antenas YAGI), verificou-se que o exemplo medido com o VNA possui o valor de frequência de ressonância mais próximo do valor de referência, 800 MHz, correspondendo a uma impedância de entrada de 50  $\Omega$ . O pior dos casos ocorreu para a antena YAGI implementada com recurso a cilindros, com uma frequência de ressonância de 785 MHz, situada bem longe dos 800 MHz, com uma impedância de entrada que ronda os 100  $\Omega$ .

Entretanto, numa escala intermédia, encontram-se quase que paralelamente à curva correspondente à antena YAGI implementada com fios no FDTD Studio e no Nec Pro. Mas a diferença reside no facto de que enquanto a frequência de ressonância do primeiro ocorre a cerca de 10 MHz antes (dos 800 MHz), do último, pelo contrário, ocorre 10 MHz mais adiante.

ii) **VSWR:** no NEC-Pro, a frequência para a qual o VSWR é mínimo (1,48) é de 810 MHz; no FDTD Studio, para YAGI com fio a frequência correspondente ao VSWR mínimo (1,66) é de 790 MHz, para YAGI com cilindro a frequência para o VSWR mínimo (2,16) é de 786 MHz, e no medido com VNA e na câmara anecóica para o VSWR mínimo (1,03) é 801 MHz.

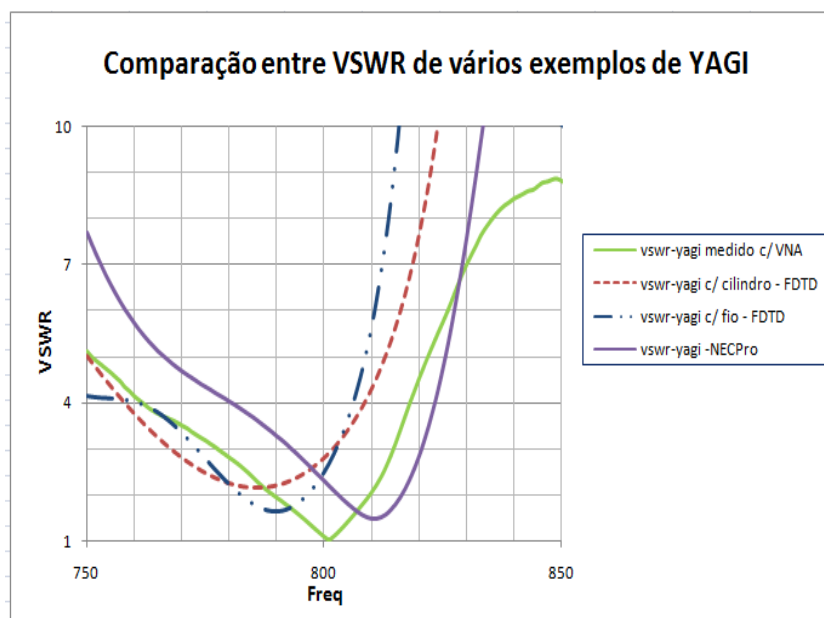


Figura 4-31 – Comparação entre o VSWR no caso da antena YAGI em vários exemplos simulados.

Segundo os resultados apresentados nos gráficos da Figura 4-31 (do VSWR em função da frequência), constata-se de forma imediata que o exemplo da antena YAGI que apresenta um resultado melhor é o medido com o analisador vectorial VNA, situando-se perto dos 801 MHz com um VSWR mínimo de 1,03. Ao invés, o exemplo de YAGI com o pior resultado em termos de VSWR mínimo é o da YAGI implementada com recurso a cilindros, com o VSWR mínimo de 2,16 (superior a 2) à frequência de 786 MHz.

Entre os valores de VSWR mínimos de 1 e 2, encontram-se os exemplos da antena YAGI implementada com fios finos em FDTD Studio e da antena YAGI implementada em NEC Pro, logo se pode considerar como aceitáveis, ainda que haja o “*shift*” em frequência. Observa-se que em ambos os casos, a frequência de ressonância dista da frequência de referência (800 MHz), cerca de 10 MHz, sendo que o exemplo implementado com o FDTD

Studio tenha observado um atraso e o implementado com o NEC Pro um avanço em frequência.

Na Figura 4.31, o VSWR medido corresponde ao conjunto da antena YAGI com um BALUN e não apenas o da antena. O BALUN tem por objectivo adaptar o cabo coaxial (estrutura *unbalanced*) ao ponto de alimentação da antena (estrutura *balanced*). No entanto, é possível que ele produza também uma melhor adaptação da antena, dentro da sua banda de funcionamento. Isso pode explicar o melhor resultado obtido para este caso.

### iii) Diagramas de Radiação:

Nesta parte da análise deste parâmetro da antena, far-se-á uma comparação entre os dados medidos e os simulados com fios no simulador FDTD, para a frequência de ressonância e frequência de VSWR mínimo, obtido no FDTD.

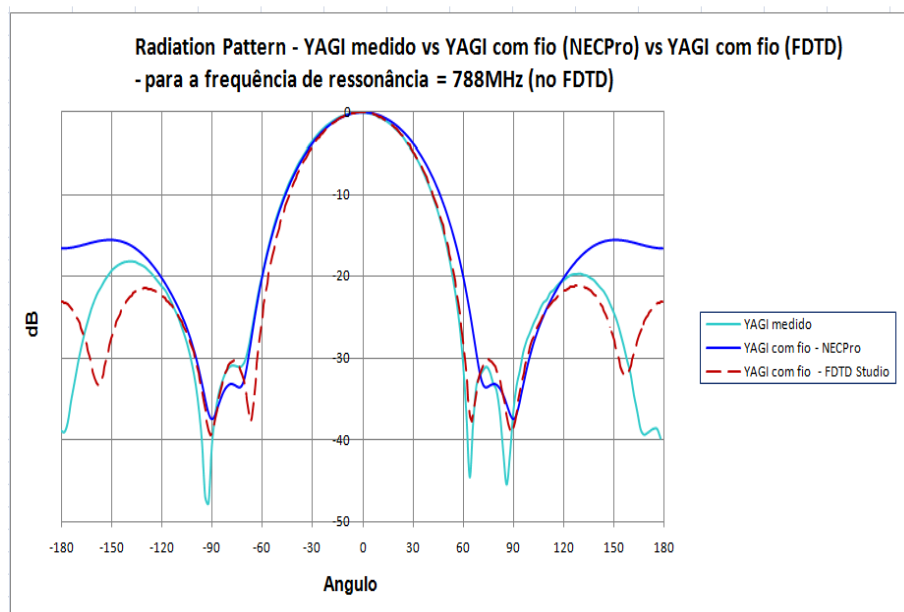


Figura 4-32 – Comparação entre diagramas de radiação da antena YAGI medida, da antena YAGI simulada com fio no NECPro e no FDTD Studio, para a frequência de ressonância em FDTD.

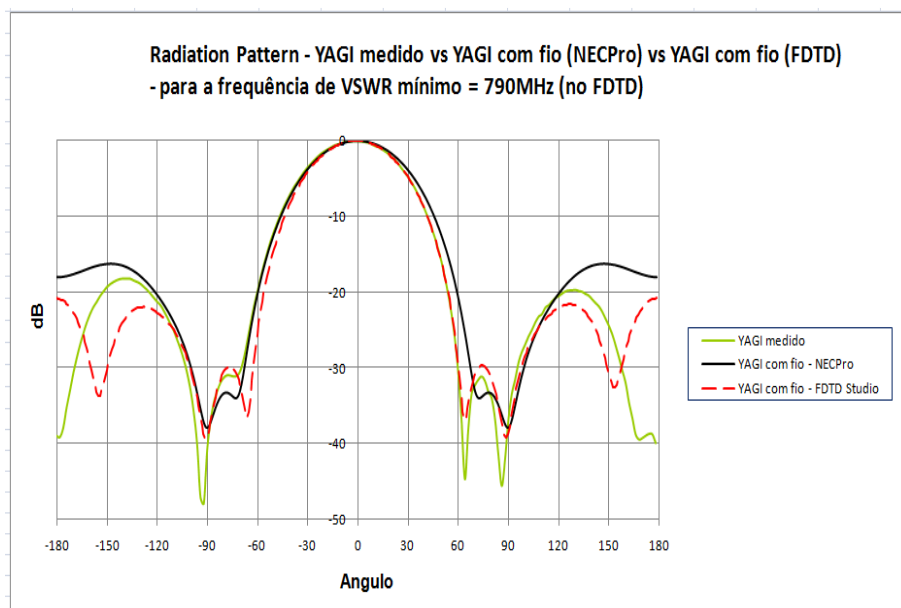


Figura 4-33 – Comparação entre diagramas de radiação da antena YAGI medida, da antena YAGI simulada com fio no NECPro e no FDTD Studio, para a frequência de VSWR mínimo em FDTD.

Se compararmos os gráficos obtidos nas Figuras 4-32 e 4-33, observamos que tanto no caso do diagrama obtido para a frequência de ressonância como para a frequência de VSWR mínimo (produzido no FDTD Studio), a antena YAGI simulada com o fio no FDTD Studio assim como no NECPro não prevêem mínimos a  $+90^\circ$  e  $-90^\circ$ , tão profundos como os que o gráfico medido apresenta. A ausência destes mínimos profundos implica a não formação clara de dois lobos secundários nos diagramas de radiação dos métodos FDTD e MoM. Pode-se observar, também, que os gráficos das duas figuras acima ilustradas são praticamente idênticos.

## 4.2 Análise e Apresentação de Resultados Para Antenas Impressas

Na análise de antenas impressas foram usados dois *softwares*, o ENSEMBLE e o FDTD Studio, baseados nos métodos dos momentos e FDTD, respectivamente. Esta análise baseia-se essencialmente na comparação dos resultados obtidos usando cada um dos métodos acima citados, através da simulação. Neste ponto, apenas se implementou um exemplo de antena que é o de uma *patch* rectangular, alimentada com cabo coaxial.

O projecto do exemplo de uma *patch* foi implementado de acordo com as seguintes configurações:

1. O plano de massa com a dimensão de 20 por 20 cm (comprimento x largura) e uma espessura  $h = 0,5$  cm.
2. O substrato tem uma altura  $h = 0,6$  cm,  $\sigma = 0$  e  $\epsilon_r = 2,2$ .
3. A patch com a dimensão de 12 por 10 cm (comprimento x largura), com o cabo coaxial colocado no ponto a 6 cm (em comprimento) e a 2,5 cm (em largura).

### 4.2.1 Comparação entre uma *patch* com um plano de massa composto por uma PEC Box e outra por PEC Sheet

a) Designado por “patch3” é uma antena *patch* modelada com um plano de massa PEC Box.

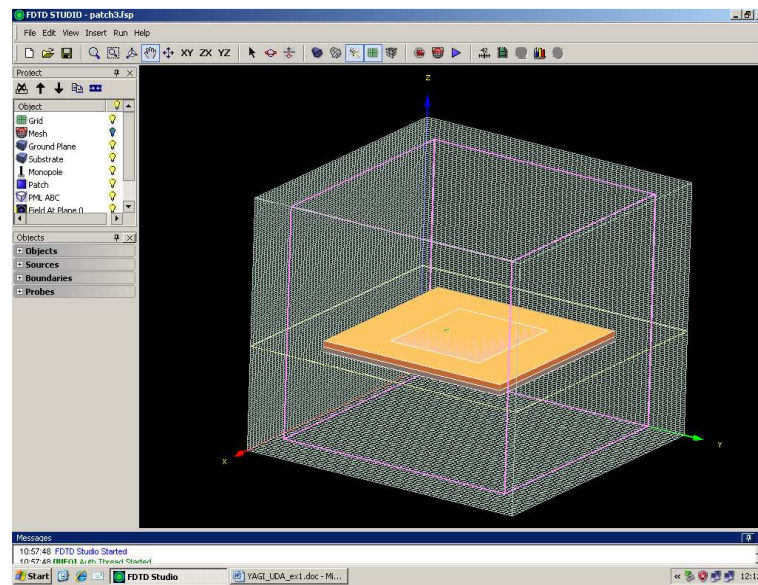


Figura 4-34 – Exemplo de uma *patch* (“patch3”) com plano PEC Box (FDTD-Studio).



b) Designado por “patch4” é uma antena *patch* modelada com um plano de massa PEC Sheet (infinitamente fino).

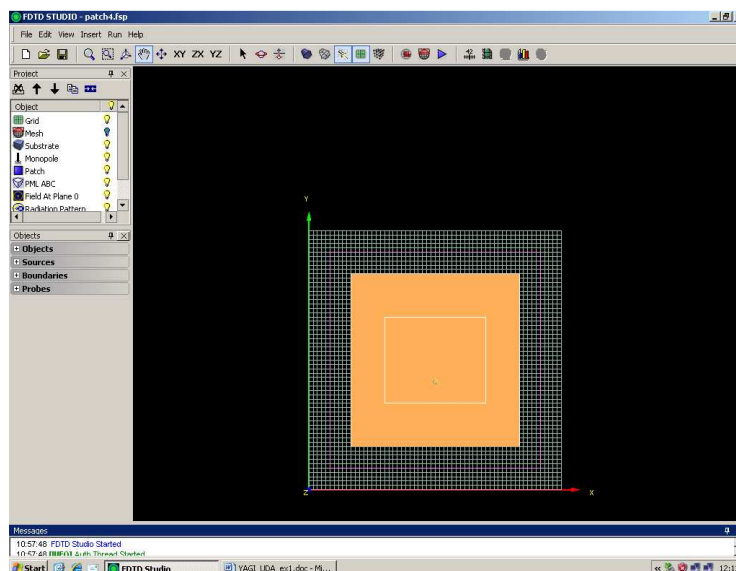


Figura 4-35 – Exemplo de uma *patch* (“patch4”) com plano de massa PEC Sheet (FDTD-Studio).

Nas Figuras 4-34 e 4-35) estão ilustrados dois exemplos de implementação de uma antena do tipo *patch*. Para se ter uma noção acerca das possíveis diferenças existentes na utilização de um determinado elemento em detrimento de um outro num projecto de antena impressa, neste caso o plano de massa, a seguir serão mostrados em gráficos as curvas das impedâncias de entrada, do VSWR e diagramas de radiação (que são traçados com base nos valores de frequência de ressonância e de VSWR mínimo para cada um dos exemplos indicados). Foi definido um intervalo de frequência para a simulação numa gama que variou entre os 800 e 1990 MHz.

i) **Impedância:** a frequência de ressonância é de 990 MHz tanto para a antena “patch3” como para a “patch4”.

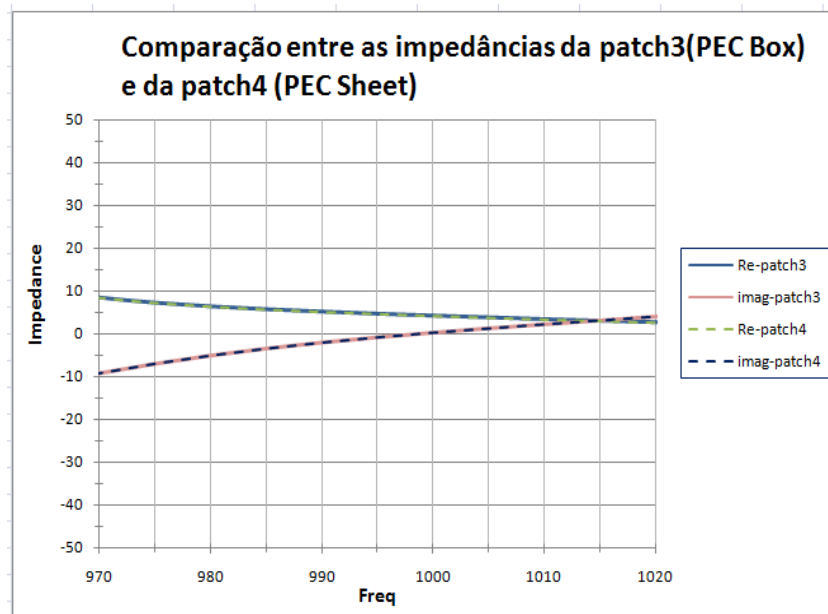


Figura 4-36 – Comparação entre impedâncias de uma *patch* com o plano de massa PEC Box e outra com PEC Sheet.

Observa-se nitidamente, na Figura 4-36, a sobreposição das curvas da impedância nos dois exemplos simulados. O que neste caso não permite distinguir entre os dois exemplos simulados, apesar de existir uma diferença que é muitíssimo pequena nos valores obtidos.

ii) **VSWR:** para o primeiro caso, “patch3”, temos que a frequência para a qual o VSWR é mínimo (1,69) e “patch4” com o VSWR mínimo (~1,68) é de 930 MHz.

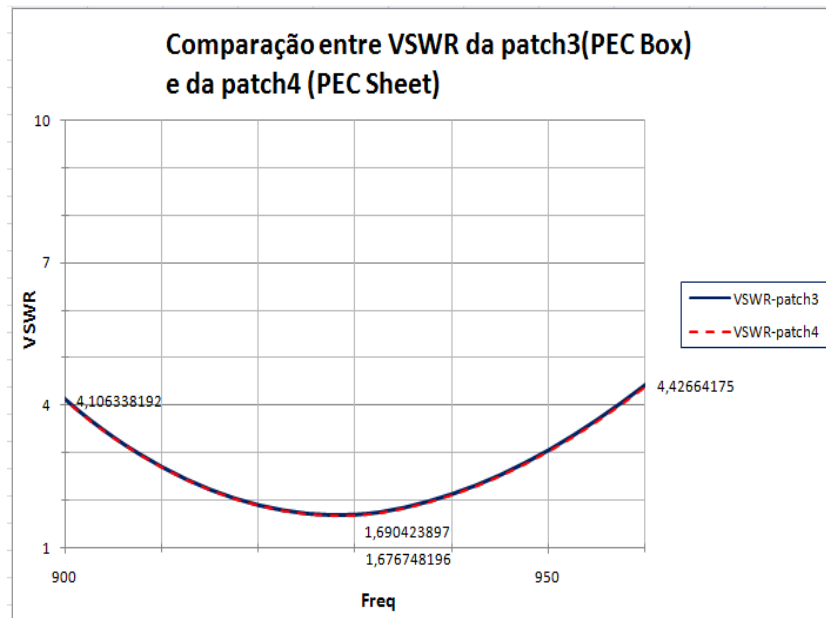


Figura 4-37 – Comparação entre VSWR de uma *patch* com o plano de massa PEC Box e outra com PEC Sheet.

De acordo com o gráfico da Figura 4-37, observa-se que esta *patch* é uma estrutura que tem uma banda estreita, entre 920 e 940 MHz. Isto vê-se através dos valores de frequências para as quais o VSWR toma o valor 2. Os valores de VSWR estão muito próximos um do outro, portanto torna-se complicado discernir sobre que curva pertence a um e a outra *patch* simulada.

iii) **Diagrama de Radiação:**

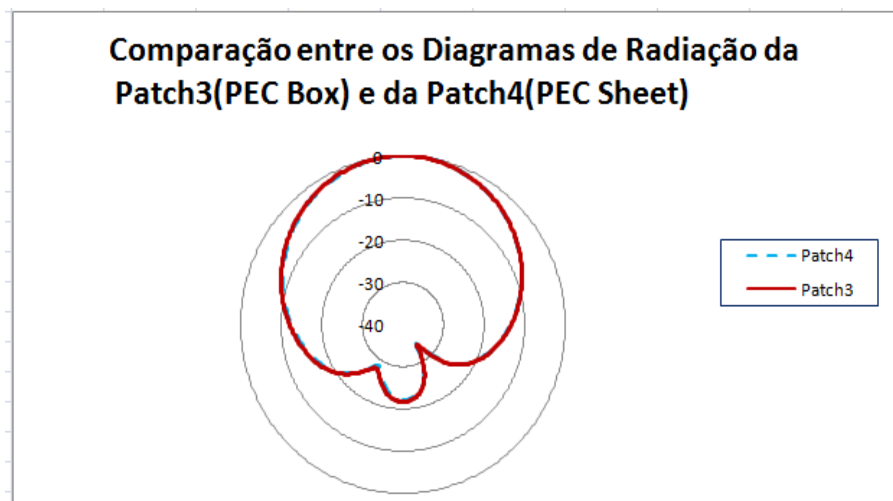


Figura 4-38 – Comparação entre diagramas de radiação de uma *patch* com o plano de massa PEC Box e outra com PEC Sheet.

Após a análise dos gráficos das figuras de impedância, VSWR e diagramas de radiação, pode-se observar claramente que a substituição do plano de massa com um PEC Box por um PEC Sheet não implica alterações consideráveis nos resultados. De acordo com os dados obtidos, usando o método FDTD, estes são bastante próximos uns dos outros e as curvas dos gráficos sobrepõem-se completamente, não podendo distinguir com facilidade os traçados de cada um dos exemplos.

Embora a observação não seja nítida para distinguir os traçados tanto para o caso da impedância e como para os diagramas de radiação, pode-se notar uma pequena variação em termos de VSWR mínimo, no qual a *patch* (“patch4”) com o plano de massa infinitamente fino possui um valor ligeiramente mais baixo, cerca de aproximadamente 1,68 para uma mesma frequência (930 MHz, conforme indica o ponto ii) da alínea b)).

O gráfico do diagrama de radiação obtido não corresponde exactamente ao diagrama que se pretende para o exemplo modelado. O facto de os resultados se sobreporem, isso não significa que estejam correctos. Portanto, pela Figura 4-38 pode-se

averiguar que por algum motivo, que se desconhece, o que se deveria observar eram dois mínimos para  $+90^\circ$  e  $-90^\circ$ . Se tivessem esses dois mínimos formavam-se dois lobos secundários, como se esperava.

#### 4.2.2 Exemplo de uma *patch* implementada no ENSEMBLE e no FDTD-Studio

Tal como no caso das antenas filiformes, neste exemplo de uma *patch* (ilustrado no ponto 4.2.1.a) – Figura 4-34), serão considerados como parâmetros de simulação, para efeitos de análise os valores simulados da impedância e do diagrama de radiação. Uma forma mais fácil de se apresentar os resultados medidos em simulações e se poder fazer comparações é usando gráficos.

A Figura 4-39 ilustra a modelação de um exemplo de uma antena *patch* simulado no ENSEMBLE para análise do método dos momentos. Este exemplo baseou-se no exemplo projectado no ponto 4.2.1. a) (no FDTD Studio), usando as mesmas propriedades e considerando a mesma gama de frequências de simulação para efeitos de comparação com o método FDTD.

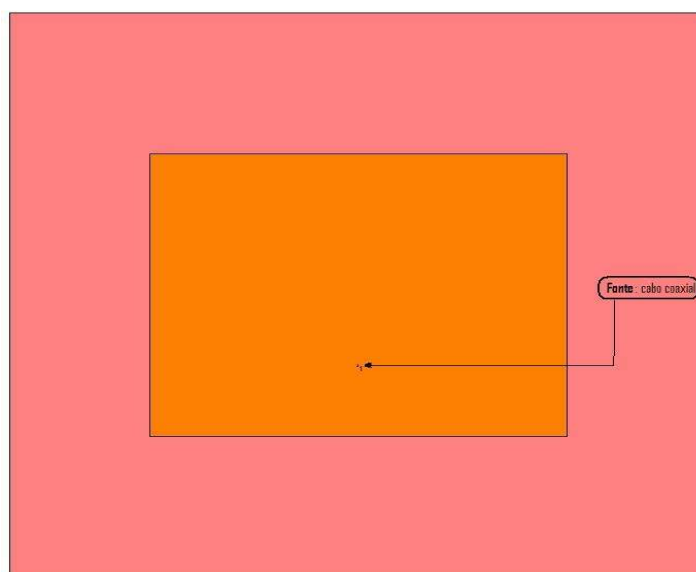


Figura 4-39 – *Patch* com plano de massa finito com PEC (ENSEMBLE).

a) **Impedância:** a frequência de ressonância para exemplo do FDTD é de 999 MHz; e para o do ENSEMBLE, a frequência de ressonância é de 1 GHz.

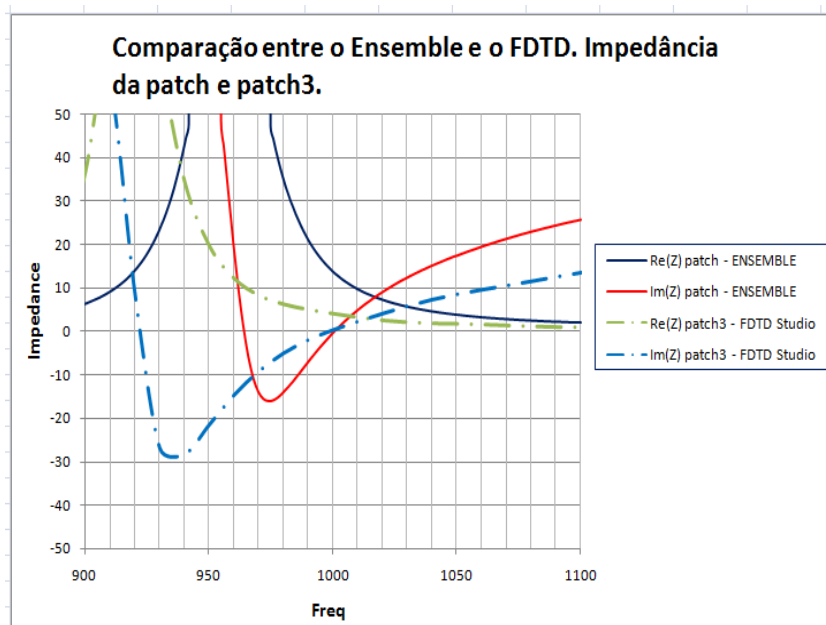


Figura 4-40 – Comparação entre impedâncias da *patch* implementada no FDTD e no ENSEMBLE.

Nestas simulações, como foi considerado como frequência principal o valor de 1 GHz, a faixa de frequências de interesse encontra-se sensivelmente até cerca de mais ou menos dois por cento, porque a *patch* tem uma largura de banda muito estreita nessa ordem de grandeza. Entretanto, fora desta fronteira as frequências podem ser desprezadas para efeitos de análise. Deste modo, com base naquilo que se observa nos gráficos da Figura 4-40, as curvas de impedância comportam-se de forma bastante boa, tendo a parte imaginária o valor nulo quando as frequências são praticamente a mesma que a de referência.

**b) Diagramas de radiação:**

i) Passemos a comparar os diagramas de radiação obtidos pelo FDTD Studio e ENSEMBLE. Na Figura 4-41 são apresentados os diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  para a frequência de 930 MHz, que é a frequência para a qual o VSWR é mínimo, de acordo com as simulações efectuadas no FDTD Studio.

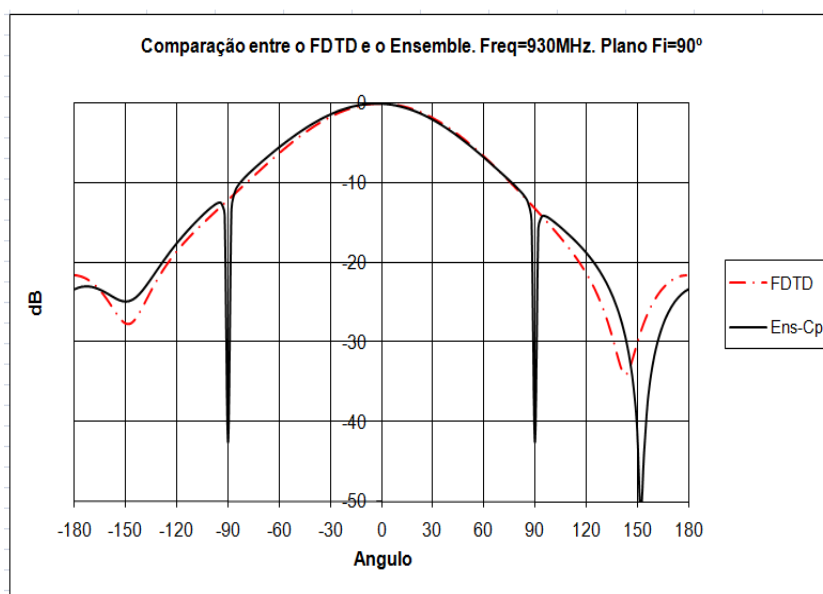


Figura 4-41 – Comparação entre diagramas de radiação de uma *patch* para VSWR mínimo.

ii) Agora, admitindo que a frequência de ressonância é idêntica para ambos os métodos (MoM e FDTD) e igual a 999 MHz, na Figura 4-42 são apresentados os diagramas de radiação no plano  $\phi = 90^\circ$  para a frequência de 999 MHz, que é a frequência de ressonância, de acordo com as simulações efectuadas no FDTD Studio.

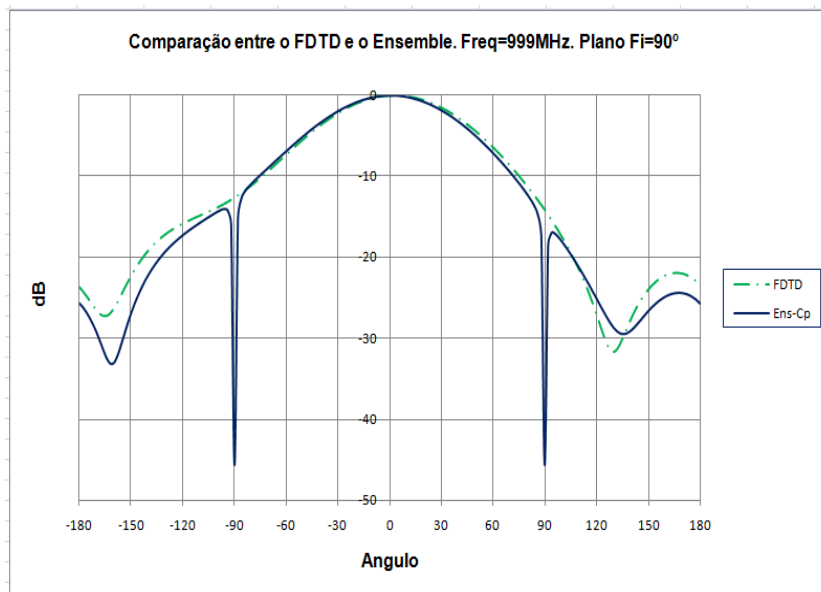


Figura 4-42 – Comparação entre diagramas de radiação de uma *patch* para  $\text{Im}(Z)=0$ .

Como é claro das Figuras 4-41 e 4-42, há uma semelhança muito razoável entre os gráficos obtidos pelos dois métodos, excepto nas direcções  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ , para as quais o ENSEMBLE prevê um mínimo muito profundo.

Esta característica é um defeito do ENSEMBLE que aparece quando se tenta simular estruturas com plano de massa finito, pois o formalismo de ENSEMBLE assume sempre camadas dieléctricas infinitas. Esta característica é tanto mais evidente quanto mais pequena for o plano de massa.

Aceitando este problema, os diagramas do ENSEMBLE nas direcções  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$  devem ser considerados sem esses mínimos profundos. Sendo assim, mais uma vez se pode



concluir que os diagramas são de um modo geral coincidentes. O máximo ocorre para a posição do  $0^\circ$ , portanto o comportamento destes métodos é favorável.



## 5 CONCLUSÕES

### **Comparação entre os *softwares* usados no estudo dos métodos MoM e FDTD**

Os *softwares* usados nas simulações de antenas neste projecto foram baseados nos métodos dos momentos e FDTD. O *software* NEC Pro e o ENSEMBLE baseiam-se no método dos momentos e o FDTD Studio baseia-se no método FDTD.

Desta forma, foram simulados alguns exemplos de antenas do tipo filiforme usando um dos mais simples *softwares* de simulação do método dos momentos que é o NEC-Win Professional. Trata-se de um programa que proporciona um desenho rápido e uma análise bastante prática de antenas deste tipo. Este *software* usa para efeitos dos seus cálculos um código numérico electromagnético (NEC) com o núcleo para a análise de antenas. A familiarização quase que instantânea com esta ferramenta de trabalho e pesquisa possibilita um avanço bastante significativo em soluções de problemas técnicos, em projectos de antenas e a torna preponderante no recurso aos cálculos complexos em vários sistemas de análise.

A aplicação do método dos momentos em ferramentas robustas que calculam imensas equações com grau de complexidade enorme é um facto a ter em conta. O método MoM é adequado para simular meios homogéneos e a corrente está ligada à estrutura, ao contrário do FDTD que é mais indicado para meios não homogéneos, cálculo de sistemas com geometria complexa, e a corrente não se encontra ligada a estrutura e é obtida através do cálculo de campo eléctrico.

Tratando-se de um programa de fácil utilização, é largamente usado em projectos de design de antenas, muito apreciado pelos projectistas em fase inicial e não só. Muitos problemas que levariam várias horas a serem descritos usando *software* de modelação de antena pode, portanto, ser resolvido num espaço de tempo bastante curto. Uma das vantagens que pode ser nomeada é a de se poder introduzir sem qualquer dificuldade os elementos de projecto de uma antena, obtendo de forma quase que imediata, fracções de segundos, resultados quantitativos e qualitativos, relativamente aos parâmetros importantes na análise de diversos tipos de antenas filiformes. A principal desvantagem prende-se com o facto de não ser possível a introdução de um projecto com geometria tridimensional.

O ENSEMBLE é um *software* bastante prático de se usar e como se baseia nos métodos dos momentos, a introdução e implementação de projectos de antena para efeitos de análise torna-se relativamente atractivo. Como desvantagens, pode-se dizer que este *software* não permite simular estruturas com geometria tridimensional como o FDTD Studio, e como adopta na sua característica camadas dieléctricas infinitas, não produz bons resultados para planos de massa finitos relativamente finos. Porém, apresenta resultados satisfatórios para estruturas com geometria bidimensional.

O FDTD Studio é um *software* que foi desenvolvido durante um projecto de mestrado [7] no Brasil e que ainda se encontra em fase de teste e melhoramento. Pelo facto de não se dispor de um outro, e por este ter sido cedido de forma gratuita, foi utilizado neste projecto para comparação com um outro *software* de análise de antenas.

Este *software* tem algumas vantagens e desvantagens. Como vantagens, possibilita a introdução de elementos de projecto de antenas do tipo filiforme bem como de plano de massas sobre estruturas, neste caso, antenas impressas e permite a análise e obtenção de resultados de projectos de objectos tridimensionais. Porém, tem como desvantagem o facto de se tratar de um *software* bastante complexo na sua implementação e apresenta algumas lacunas que não foram descobertas, o que em termos de resultados obtidos, em comparação com as simulações em outro *software* não produz resultados pretendidos. Como uma das principais desvantagens tem-se o tempo excessivo de simulação, que se deve essencialmente à forma como são efectuados os cálculos por parte do simulador, que

recorre às transformações de Fourier, e esses resultados são posteriormente convertidos para grandezas apresentadas nos gráficos e em parâmetros de antenas.

Comparados os métodos dos momentos com o FDTD chegou-se à conclusão de que o método dos momentos (MoM) é bom para a análise de agregados, e é usado com bons resultados em estruturas filiformes, mas tem a desvantagem da análise ser feita de frequência em frequência. O método FDTD, entretanto, apresenta muita complexidade em simular estruturas como agregados, por não ser possível introduzir fases no projecto do simulador. Porém, é muito bom para simular estruturas de diferentes propriedades em ambientes variados. Este método tem como vantagem fazer uma análise de antenas num espaço de tempo mais alargado, em várias frequências ao mesmo tempo, e existe a possibilidade de se fazer estudo da estrutura em várias camadas.

De uma maneira geral, de acordo com os resultados obtidos nas simulações efectuadas aos exemplos de antenas, o método dos momentos foi aquele que mostrou um melhor desempenho comparado com o FDTD.

Não foi possível simular outras estruturas, tal como a corneta ou lente, e fazer a respectiva comparação, no FDTD, devido ao facto de não termos ao nosso dispor *softwares* capazes de efectuar simulações dessas estruturas para o método dos momentos.

## **Considerações finais**

O método FDTD foi aquele que foi mais difícil de interpretar e analisar devido às complexidades do código implementado e dos parâmetros envolvidos nos cálculos que requerem alguma experiência prática e certa delicadeza na introdução de elementos de projecto de uma antena, bem como dos dados de configuração. O FDTD não é optimizado e em termos de tempo de simulação não se pode reclamar muito porque foi criado para resolver problemas em meios com várias camadas, heterogéneos, e também porque a análise desta variável não compreende os objectivos deste trabalho.

Já o NEC Pro é uma ferramenta fácil de se usar e de se perceber, logo esta é uma mais-valia para o estudo do método dos momentos. O seu manuseamento bastante acessível permite uma maior exploração na análise de diversas características de uma antena do tipo filiforme.

Recomenda-se, portanto, a leitura prévia de manuais de apoio ao *software* FDTD Studio, ainda em desenvolvimento, para uma melhor compreensão das variáveis envolvidas no ambiente gráfico de projecto do método FDTD. No caso presente em análise, ainda não foi disponibilizado, dado que o mesmo ainda não foi oficialmente concluído e encontra-se em fase de desenvolvimento e de teste, mas pelo que se pode verificar em termos de dados obtidos é que este produz resultados próximos dos obtidos em outros ambientes de simulação e sistemas de medição laboratoriais.

Quanto ao ENSEMBLE, é um *software* bastante fácil de se usar e o processamento de dados é feito de forma bastante eficiente e com poucos erros, como se pode verificar com os resultados obtidos nas simulações, apesar de ainda se ter feito apenas uma experiência. Mas como se trata de uma ferramenta desenvolvida baseando no método dos momentos, entretanto não é muito complicado de se perceber e modelar sistemas de propagação de ondas electromagnéticas. A extracção de alguns dados simulados pode não ter o formato que se deseja e isso pode ser uma desvantagem se pretender obter uma gama muito grande de dados calculados.

## 6 REFERÊNCIAS

1. Warren L. Stutzman & Gary A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, 1998, p. 427-542.
2. Kazuhiro Hirasawa & Misao Haneishi, *Analysis, Design, and Measurement of Small and Low-Profile Antennas*, 1992, p. 53-155.
3. Constantine A. Balanis, *Antenna Theory - Analysis and Design*, 2<sup>nd</sup> edition, 941p., Harper & Row, Publishers, New York, 1997.
4. Rocha Pereira, *Apontamentos de Antenas, Cap. IV - Agregados e Cap. V - Antenas cilíndricas*.
5. Yee, K. S., *Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media*. IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. 14, 1966, p. 302-307.
6. A. Taflove, S. Hagness. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, 2<sup>nd</sup> edition. Artech House, 2000.
7. R. Picanço, *Desenvolvimento de uma interface integrada para o projecto e análise de antenas utilizando o método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD)*, Brasília, 2006.
8. <http://www.fdttd.com>
9. Allen Taflove, "Introduction to Maxwell's equations and the Yee Algorithm". *Computacional electrodynamics the Finite-Difference Time-Domain Method*, cap. III, Boston, Artech House, 1995.
10. K. S. Kunz e R. J. Luebbers, "FDTD basics", "The Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetics", cap. III, Boca Raton; CRC Press, 1993.
11. Allen Taflove, "Numerical Stability", *Computacional electrodynamics the Finite-Difference Time-Domain Method* Boston, cap. IV, Artech House, 1995.
12. Allen Taflove, "Absorbing Boundary Conditions for free space and waveguides" *Computacional electrodynamics the Finite-Difference Time-Domain Method*, cap. VII, Boston, Artech House, 1995.

13. K. S. Kunz e R. J. Luebbers, “*Subcellular extensions*”, *The Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetics*, cap. X, Boca Raton; CRC Press, 1993.